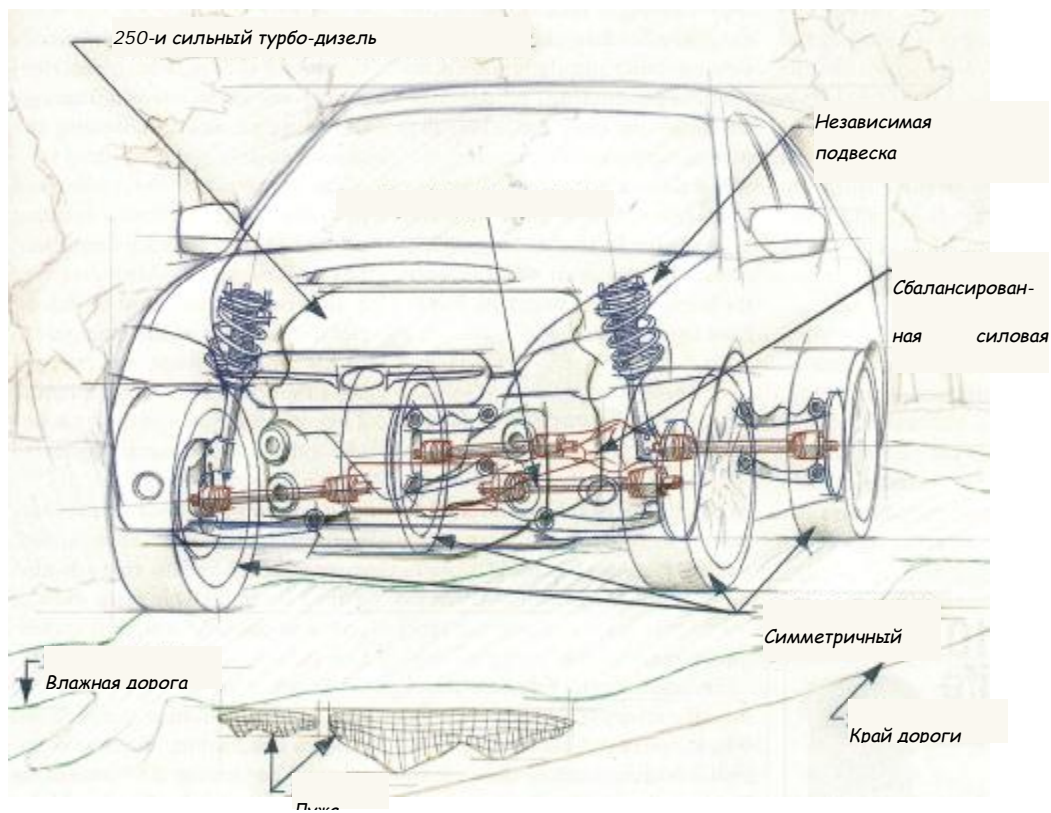


А.Ш. Хусаинов  
В.В. Селифонов

## Теория автомобиля



Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Ульяновский государственный технический университет  
Кафедра «Автомобили»

**Хусаинов А.Ш.**  
**Селифонов В.В.**

# **ТЕОРИЯ АВТОМОБИЛЯ**

## **Конспект лекций**

**Ульяновск 2008**

УДК 629.113 (075.8)  
ББК 39.33-01я73  
Х-98

**Рецензенты**

Зав. кафедрой «Тракторы и автомобили» ФГОУ ВПО  
«Ульяновская ГСХА» к.т.н., доцент П. Н. Аюгин

Генеральный директор ООО «УНИТЕК»  
д-р техн. наук В. В. Епифанов

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве  
учебного пособия

**Хусаинов, А. Ш.**

Х-98 Теория автомобиля: Конспект лекций / А. Ш. Хусаинов, В. В. Сели-  
фонов – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 121 с.  
ISBN

Рассмотрены физические явления, протекающие при взаимодействии автомоби-  
ля с дорогой и окружающей средой, необходимые для понимания основных закономер-  
ностей его движения. Изложены методы анализа параметров автомобиля. Приведены  
методики расчета эксплуатационных свойств автомобилей.

Для студентов всех форм обучения направления 653200 «Транспортные машины  
и транспортно-технологические комплексы» специальности 19020165 «Автомобиле- и  
тракторостроение».

Работа выполнена на основе конспекта лекций, много лет читаемых профессо-  
ром МГТУ МАМИ В. В. Селифоновым.

УДК 629.113 (075.8)  
ББК 39.33-01я73

ISBN

© Оформление. УлГТУ, 2008  
© Хусаинов А. Ш., Селифонов В. В., 2008

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные условные обозначения и определения .....	5
Тема 1. Теория качения эластичного колеса.....	8
1.1. Общие сведения о колесе .....	8
1.2. Качение колеса в ведомом режиме .....	9
1.3. Качение в ведущем режиме.....	12
1.4. Коэффициент сцепления шины с дорогой.....	12
1.5. Режимы качения колеса.....	13
1.6. Скоростные потери при качении колеса.....	14
Тема 2. Внешние силы, действующие на автомобиль.....	16
2.1. Аэродинамическое сопротивление .....	16
2.2. Сила сопротивления подъему .....	19
2.3. Сила сопротивления разгону.....	19
2.4. Распределение и перераспределение вертикальных реакций $R_z$ на осях .....	21
Тема 3. Тяговая динамика автомобиля.....	23
3.1. Внешняя скоростная характеристика двигателя .....	23
3.2. Касательные реакции $R_x$ на колесах.....	25
3.3. Уравнение движения автомобиля .....	26
3.4. Динамический паспорт автомобиля.....	28
3.5. Расчет ускорения автомобиля .....	31
3.6. Расчет пути и времени разгона автомобиля до заданной скорости.....	32
3.7. Мощностной баланс автомобиля .....	33
Тема 4. Топливная экономичность автомобиля.....	35
4.1. Нормативы .....	35
4.2. Топливная экономичность двигателя .....	36
4.3. Топливо-экономическая характеристика.....	37
4.4. Оценка топливной экономичности .....	38
4.5. Конструктивные факторы, влияющие на топливную экономичность.....	41
Тема 5. Тяговый расчет автомобиля.....	50
5.1. Исходные данные для расчета.....	50
5.2. Весовая характеристика автомобиля .....	50
5.3. Предварительный выбор шин .....	51
5.4. Оценка КПД трансмиссии прототипа .....	51
5.5. Необходимая мощность двигателя.....	51
5.6. Определяем главную передачу.....	53
5.7. Определяем первую передачу .....	53
5.8. Определяем передаточные числа КП.....	54
Тема 6. Проходимость автомобиля .....	55
6.1. Профильная проходимость.....	55

6.2.	Опорная проходимость.....	60
6.3.	Влияние дифференциалов на проходимость .....	64
6.4.	Принудительная блокировка дифференциалов .....	67
Тема 7.	Торможение автомобиля.....	71
7.1.	Нормативы .....	71
7.2.	Тормозной режим эластичного колеса .....	72
7.3.	Торможение (общая схема) .....	72
7.4.	Торможение юзом.....	74
7.5.	Основные показатели процесса торможения.....	75
Тема 8.	Устойчивость автомобиля .....	80
8.1.	Опрокидывание автомобиля на подъеме .....	80
8.2.	Движение автомобиля на поперечных склонах.....	80
8.3.	Крен кузова .....	81
8.4.	Устойчивость автомобиля против заноса и опрокидывания.....	82
8.5.	Занос одной из осей автомобиля.....	86
Тема 9.	Управляемость автомобиля .....	91
9.1.	Общие сведения .....	91
9.2.	Рулевая трапеция .....	91
9.3.	Динамика автомобиля на эластичных колесах.....	92
9.4.	Поворот автомобиля на эластичных колесах .....	96
9.5.	Комплексная оценка управляемости автомобиля.....	99
9.6.	Динамика поворота автомобиля на эластичных колесах.....	102
9.7.	Автоколебания управляемых колес вокруг шкворня.....	104
Тема 10.	Плавность движения автомобиля.....	107
10.1.	Нормативы .....	107
10.2.	Свободные колебания массы на упругом элементе.....	109
10.3.	Свободные колебания поддресоренной массы двухосного автомобиля без учета затухания и влияния неподдресоренных масс.....	110
10.4.	Свободные колебания поддресоренной и неподдресоренных масс двухосного автомобиля без учета затухания.....	113
10.5.	Свободные колебания поддресоренной и неподдресоренных масс двухосного автомобиля с учетом затухания .....	115
10.6.	Вынужденные колебания поддресоренной и неподдресоренных масс двухосного автомобиля с учетом затухания .....	117
	Библиографический список.....	121

## Основные условные обозначения и определения

Обозначение	Размерность	Наименование (определение)
$A$	$\text{м}^2$	Площадь миделева сечения автомобиля (площадь продольной проекции автомобиля на вертикальный экран)
$a$	$\text{м}/\text{с}^2$	Ускорение поступательное (линейное)
$A_f$	$\text{с}^2/\text{м}^2$ ( $\text{ч}^2/\text{км}^2$ )	Коэффициент, учитывающий влияние скорости на сопротивление качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности
$B, B_1, B_2$	$\text{м}$	Колея наибольшая, передних и задних колес
$B_k$	$\text{м}$	Ширина профиля шины – наибольшая ширина накачанной шины
$c_x$	–	Коэффициент аэродинамического сопротивления автомобиля
$D_0$	–	Динамический фактор снаряженного автомобиля
$D_{50}$	–	Динамический фактор автомобиля, загруженного на 50 %
$D_a$	–	Динамический фактор полностью загруженного автомобиля
$e$	$\text{м}$	Снос вертикальной реакции в контакте шина – дорога при качении колеса
$f_0$	–	Коэффициент сопротивления качению деформируемого колеса по недеформируемой поверхности при малых скоростях
$F_k$	$\text{Н}$	Сила сопротивления качению
$F_{\psi}$	$\text{Н}$	Сила дорожного сопротивления (качению и подъему)
$F_e$	$\text{Н}$	Сила аэродинамического сопротивления
$f_z$	–	Коэффициент внутреннего трения грунта
$F_u$	$\text{Н}$	Сила инерции
$f_k$	–	Коэффициент сопротивления качению деформируемого колеса по недеформируемому грунту (с учетом скорости)
$f_{kz}$	–	Коэффициент сопротивления качению по мягкому грунту
$F_n$	$\text{Н}$	Сила сопротивления подъему
$g$	$\text{м}/\text{с}^2$	Ускорение свободного падения
$G_0$	$\text{Н}$	Вес снаряженного автомобиля
$G_a$	$\text{Н}$	Полный вес автомобиля
$g_e$	$\text{г}/(\text{кВт}\cdot\text{ч})$	Часовой удельный расход топлива
$G_T$	$\text{кг}/\text{ч}$	Часовой массовый расход топлива
$G_{\Gamma}$	$\text{Н}$	Вес груза
$H$	$\text{м}$	Высота профиля недеформированной шины (разность свободного радиуса шины и радиуса ее посадочной поверхности)
$h_g$	$\text{м}$	Высота центра тяжести автомобиля
$h_e$	$\text{м}$	Высота центра парусности (метацентра) автомобиля
$i_0$	–	Передаточное число главной передачи
$i_{кп}$	–	Передаточное число в коробке передач
$i_{рк}$	–	Передаточное число в раздаточной коробке
$J$	$\text{кг}\cdot\text{м}^2$	Осевой момент инерции

$K_N$	–	Коэффициент коррекции часового удельного расхода топлива по нагрузке двигателя
$K_n$	–	Коэффициент коррекции часового удельного расхода топлива по скорости двигателя
$K_p$	–	Коэффициент коррекции мощности
$K_T$	–	Коэффициент приспособляемости по моменту двигателя
$K_\omega$	–	Коэффициент приспособляемости по скорости двигателя
$K_\delta$	–	Коэффициент блокировки дифференциала
$k_{cy}$	–	Коэффициент сцепного веса (доля веса автомобиля на ведущих колесах)
$L$	м	База автомобиля (расстояние между осями)
$L_1$	м	Горизонтальная проекция расстояния от центра масс до передней оси
$L_2$	м	Горизонтальная проекция расстояния от центра масс до задней оси
$m$	кг	Масса
$p$	Па	Давление воздуха в шинах
$P_a$	Вт	Мощность, развиваемая двигателем, для обеспечения заданного режима движения ( $P_T$ с учетом $\eta$ и $K_p$ )
$P_e$	Вт	Мощность двигателя по внешней скоростной характеристике (равна $P_a$ при полностью открытой дроссельной заслонке)
$P_k$	Вт	Мощность, затрачиваемая автомобилем на преодоление сопротивления качению
$P_T$	Вт	Мощность на ведущих колесах (тяговая мощность)
$P_\psi$	Вт	Мощность, затрачиваемая автомобилем на преодоление дорожного сопротивления (мощность качения и подъема)
$P_\delta$	Вт	Мощность, затрачиваемая автомобилем на преодоление аэродинамического сопротивления
$P_u$	Вт	Мощность, затрачиваемая автомобилем на преодоление инерции
$P_n$	Вт	Мощность, затрачиваемая автомобилем на преодоление сопротивления подъему
$Q_s$	л/км	Путевой расход топлива
$r_0$	м	<i>Свободный</i> радиус – радиус беговой дорожки шины при отсутствии внешних сил
$r_c$	м	<i>Статический</i> радиус – расстояние от центра неподвижного колеса, нагруженного только нормальной силой, до опорной поверхности (дороги)
$r_d$	м	<i>Динамический</i> радиус – расстояние от центра катящегося колеса до опорной поверхности (дороги)
$r_k$	м	<i>Кинематический</i> радиус – отношение продольной составляющей поступательной скорости колеса к его угловой скорости
$r_{к0}$	м	Кинематический радиус колеса в <i>ведомом</i> режиме (в предварительных расчетах принимают равным $r_c$ )

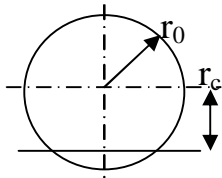
$r_{кс}$	м	Кинематический радиус колеса в <i>свободном</i> режиме ( $T_k = T_f; R_x = 0$ )
$V$	м/с	Скорость поступательная (линейная)
$T_e$	Н·м	Крутящий момент двигателя по внешней скоростной характеристике
$T_f$	Н·м	Момент сопротивления качению на колесе
$T_k$	Н·м	Крутящий момент на колесе
$\alpha$	Град, рад	Угол продольного наклона дороги
$\beta$	Град, рад	Угол поперечного наклона дороги
$\gamma$	рад	Угол крена автомобиля
$\gamma_B$	–	Коэффициент поперечной устойчивости
$\Delta$	–	Отношение высоты профиля шины к ее ширине
$\delta$	–	Коэффициент учета инерции вращающихся масс (полный)
$\delta_1$	–	Коэффициент учета инерции вращающихся масс двигателя и трансмиссии
$\delta_2$	–	Коэффициент учета инерции вращающихся масс колес и тормозных барабанов (дисков)
$\varepsilon$	рад/с <sup>2</sup> или с <sup>-2</sup>	Ускорение угловое
$\lambda_m$	мм/(Н·м)	Коэффициент тангенциальной эластичности шины по моменту
$\lambda_{см}$	–	Коэффициент смятия шины
$\lambda_x$	мм/Н	Коэффициент тангенциальной эластичности шины по силе
$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	Плотность вещества
$\rho_t$	кг/л	Плотность бензина (дизтоплива) $\rho_t = 0,73$ (0,8)
$\rho_B$	кг/м <sup>3</sup>	Плотность воздуха, $\rho_B = 1,202$
$\varphi$	–	Коэффициент сцепления шины с дорогой (полный)
$\varphi_x$	–	Коэффициент продольного сцепления шины с дорогой
$\varphi_y$	–	Коэффициент поперечного сцепления шины с дорогой
$\varphi_v$	–	Коэффициент сцепления шины с дорогой с учетом скорости
$\psi$	–	Коэффициент дорожного сопротивления (качению и подъему)
$\omega$	рад/с или с <sup>-1</sup>	Скорость угловая



## Тема 1. Теория качения эластичного колеса

### 1.1. Общие сведения о колесе

#### Радиус автомобильного колеса



**Свободный радиус**  $r_0$  – радиус беговой дорожки при отсутствии внешних сил;

**Статический радиус**  $r_c$  – расстояние от центра неподвижного колеса, нагруженного только нормальной силой, до опорной поверхности (дороги);

$$r_c = 0,5 \cdot d + H \cdot \lambda_{см},$$

где  $d$  – посадочный диаметр шины, м;  $H$  – высота профиля шины, м.

$\lambda_{см} = 0,85 \dots 0,9$  – диагональные шины легкового автомобиля (ЛА);

$\lambda_{см} = 0,8 \dots 0,85$  – радиальные шины ЛА.

**Динамический радиус**  $r_d$  – расстояние от центра катящегося колеса до опорной поверхности (дороги). Зависит от сил и моментов, действующих на колесо (используется в силовых расчетах);

**Кинематический радиус**  $r_k$  – отношение продольной составляющей поступательной скорости колеса к его угловой скорости (используется в кинематических расчетах)

$$r_k = V_k / \omega_k.$$

при буксовании  $r_k = 0$ ; при торможении юзом  $r_k \rightarrow \infty$ .

#### Классификация шин

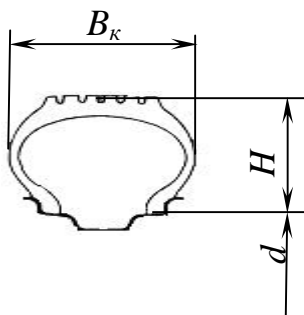
**Торовые**  $H = B_k$  (велосипедные шины).

Маркировка  $B_k - d$  в дюймах или миллиметрах.

Пример: 6,15 – 13.

**Низкопрофильные**  $H < B_k$  (шины современного ЛА).

Маркировка: (**Высота**)/(доля высоты в ширине) – (**посадочный диаметр**).



Посадочный диаметр.

Пример: 6,45/70 – 13.

**Широкопрофильные** (шины вездеходов).

Маркировка:  $D \times B_k - d$ , только в мм.

Пример: 1500×550 – 630.

**Арочные** (шины спец. машин).

Маркировка: см. Широкопрофильные шины.

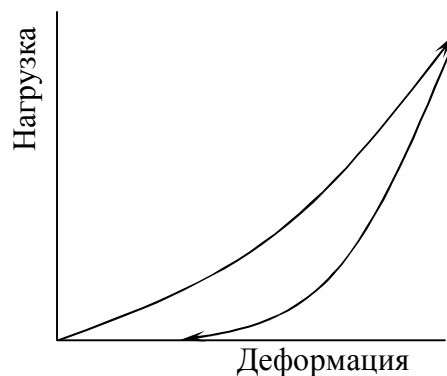
Примечания:

Радиальные и диагональные шины отличаются направлением укладки корда при их изготовлении, а также наличием брекера у радиальных. В обозначении радиальных шин присутствует буква **R** перед посадочным диаметром (не радиусом !!!).

Брекер – прочное кольцо под беговой дорожкой шины. Образован несколькими слоями корда, не выходящими на боковину шины. Улучшает коэффициент сопротивления уводу шины и управляемость автомобиля в целом, но из-за «жесткого» качества ухудшает акустические и вибрационные характеристики шины.

### *Деформация шины при нагружении – разгрузении*

При *нагружении* колеса преодолеваем силу упругости и силу внутреннего трения в материале шины. При *разгрузении* сила упругости восстанавливает форму шины, а сила внутреннего трения в материале шины вновь сопротивляется (петля гистерезиса). Таким образом, в процессе нагружения–разгрузки шины часть энергии затрачивается на внутреннее трение в шине – шина *нагревается*. Площадь между кривыми характеризует работу сил внутреннего трения в шине.



*Качение колеса можно рассматривать в следующих условиях*

- Ø Качение деформируемого колеса по твердой (недеформируемой) поверхности (см. ниже);
- Ø Качение деформируемого колеса по мягкому грунту (деформируемой поверхности) (см. тему б);
- Ø Качение жесткого колеса по деформируемой поверхности (не рассматривается).

Причины качения колеса:

1. К оси колеса приложена только толкающая сила.
2. К оси колеса приложен крутящий момент.

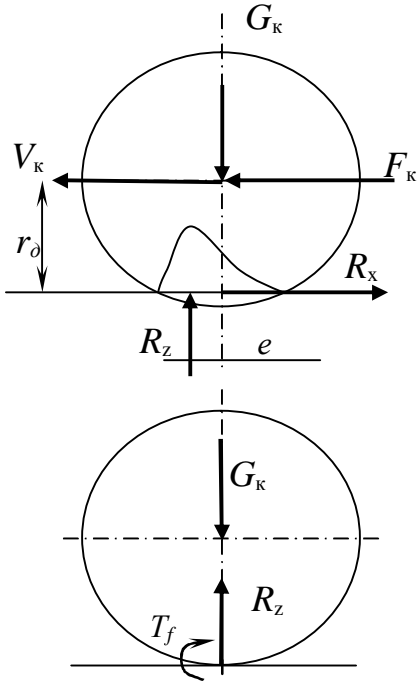
## **1.2. Качение колеса в ведомом режиме**

### *Равномерное движение колеса*

$R_z$  – вертикальная реакция (равнодействующая эпюры элементарных вертикальных сил в контактной площадке), Н;

$R_x$  – продольная реакция, Н;

$G_k$  – вертикальная внешняя (для колеса) сила – часть веса автомобиля,



приходящаяся на колесо, Н;

$F_k$  – продольная толкающая сила, Н;

$e$  – снос вертикальной реакции в движении: обусловлен изменением направления силы внутреннего трения в шине по отношению к направлению деформации (при переносе  $R_z$  в центр пятна контакта колеса появляется момент  $T_f$ );

$r_\delta$  – динамический радиус.

$$(\sum F_z=0) G_k = R_z$$

$$(\sum F_x=0) F_k = R_x$$

$$(\sum T_y=0) R_z e - F_k r_\delta = 0$$

$$F_k = R_z e / r_\delta = R_z \cdot f,$$

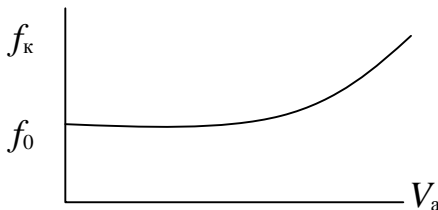
где  $e / r_\delta = f$  – коэффициент сопротивления качению (коэффициент трения второго рода).

$f$  зависит от конструкции шины, давления в ней, ее эксплуатационных свойств и от дороги:

$$f = f_k + f_{k2},$$

где  $f_k$  – коэффициент сопротивления качению деформируемого колеса по недеформируемому грунту;  $f_{k2}$  – коэффициент сопротивления качению по мягкому грунту.

На коэффициент сопротивления качению существенное влияние оказывает скорость автомобиля: с ростом сил инерции растет деформация шины, а, следовательно, и потери на внутреннее трение:



$$f_k = f_0 \cdot (1 + A_f \cdot V^2),$$

где  $f_0$  – коэффициент сопротивления качению при малых скоростях;  $V$  – м/с (км/ч).

Коэффициент  $f_0$  сопротивления качению эластичного колеса

Средний диапазон	Состояние дороги		Обледенелая дорога	Гравий укатанный	Состояние булыжника		Укатанная грунтовка	
	хорошее	удовл.			хорошее	удовл.	сухая	мокрая
от	0,008	0,015	0,015	0,020	0,025	0,035	0,025	0,050
до	0,015	0,030	0,020	0,025	0,030	0,050	0,035	0,150

Ориентировочные значения коэффициента  $A_f$

Тип авто	Размерность скорости V	
	км/ч	м/с*
ЛА	$(4...5) \cdot 10^{-5}$	$(5,1...6,5) \cdot 10^{-4}$
ГА	$(2...3) \cdot 10^{-5}$	$(2,6...3,9) \cdot 10^{-4}$

\* – переводной коэффициент  $\times 3,6^2$

Индексы скорости автомобильных шин (выдержка из R30 ЕЭК ООН)

Индекс скорости	L	M	N	P	Q	R	S	T	U	H
Максимальная допустимая скорость V, км/ч	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210

Индексы грузоподъемности автомобильных шин (выдержка из R30)

Индекс	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
Нагрузка $G_k$ , Н	3350	3450	3550	3650	3750	3870	4000	4120	4250	4370
Индекс	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
Нагрузка $G_k$ , Н	4500	4620	4750	4870	5000	5150	5300	5450	5600	5800
Индекс	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Нагрузка $G_k$ , Н	6000	6150	6300	6500	6700	6900	7100	7300	7500	7750
Индекс	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
Нагрузка $G_k$ , Н	8000	8250	8500	850	9000	9250	9500	9750	10000	10500

Пример обозначения шины: 175/80R16 Q88 – шины для «Нивы»

175/80R16C N104/102 – шины для «Газели».

Примечание: Сдвоенные шины имеют меньшую грузоподъемность (102), чем односкатные колеса (в т. ч. из-за трения между скатами).

Ускоренное качение колеса

При ускоренном движении колеса затрачивается работа на изменение его кинетической энергии.

$T_u = J_k \cdot \varepsilon$  – угловая инерция колеса;

$J_k$  – момент инерции колеса,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

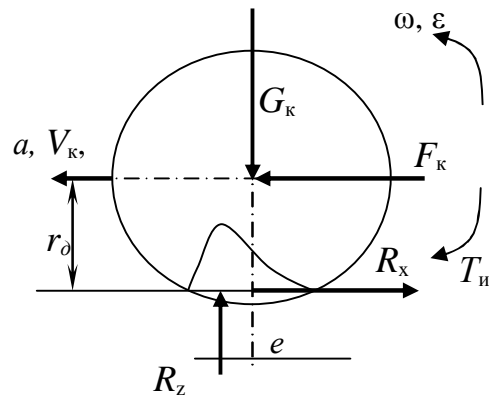
$\varepsilon$  – угловое ускорение,  $\text{с}^{-2}$ .

Составим уравнения баланса сил и моментов:

$$(\Sigma F_z=0) G_k = R_z$$

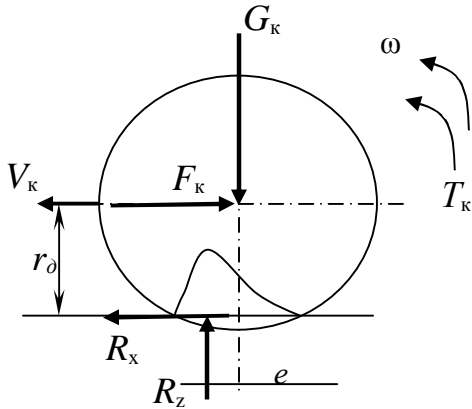
$$(\Sigma F_x=0) F_k = R_x \quad (\Sigma T_y=0) R_z e - R_x r_d + T_u = 0$$

$$\text{откуда } F_k = G_k \frac{e}{r_d} + \frac{T_u}{r_d} = G_k f + \frac{T_u}{r_d}.$$



### 1.3. Качение в ведущем режиме

#### Равномерное качение колеса



$$\begin{aligned} (\Sigma F_z=0) \quad G_k &= R_z \\ (\Sigma F_x=0) \quad F_k &= R_x \\ (\Sigma T_y=0) \quad R_z \cdot e + R_x \cdot r_0 - T_k &= 0 \\ R_z e &= G_k \cdot e = T_f \end{aligned}$$

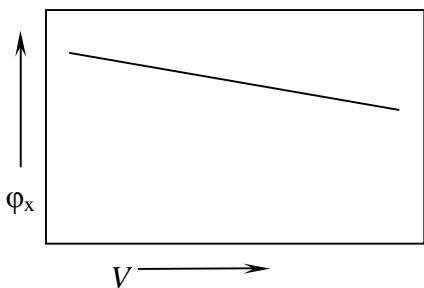
$$F_k = \frac{T_k - G_k \cdot e}{r_0} = \frac{T_k - T_f}{r_0}.$$

Вывод: у ведущего колеса  $R_x$  сонаправлена с вектором скорости. Момент сопротивления качению  $T_f$  уменьшает тяговый момент  $T_k$ .

#### Ускоренное качение колеса

$$\begin{aligned} (\Sigma F_z=0) \quad G_k &= R_z \\ (\Sigma F_x=0) \quad F_k &= R_x \\ (\Sigma T_y=0) \quad T_f + R_x \cdot r_0 + T_u - T_k &= 0 \\ F_k &= \frac{T_k - T_f - T_u}{r_0}. \end{aligned}$$

### 1.4. Коэффициент сцепления шины с дорогой



Текущее значение  $R_x$  определяет коэффициент сцепления шины с дорогой  $\varphi_x$ :

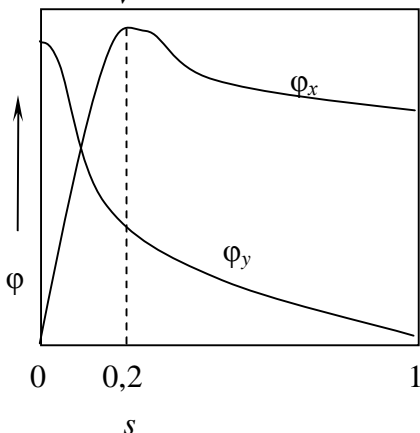
$$\varphi_x = R_x / G_k$$

Аналогично для  $R_y$

$$\varphi_y = R_y / G_k$$

$\varphi_x$  – зависит от:

- материала и конструкции шины;
- дороги (конструкции, состояния);
- скорости (рис.  $\varphi_x(V)$ )  
 $\varphi_{xv} = \varphi_{x0} - k_v V$ ;
- скорости скольжения шины по дороге (рис.  $\varphi(s)$ ).



Коэффициент скольжения в ведущем  $s_b$  (буксование) и тормозном  $s_c$  (скольжение в юзе) режимах определяют:

$$s_{\bar{\sigma}} = 1 - \frac{r_{\kappa}}{r_{\kappa 0}}; \quad s_c = 1 - \frac{r_{\kappa 0}}{r_{\kappa}}. \quad 0 < s < 1.$$

Значения коэффициента сцепления  $\varphi$ :

- асфальт сухой                   – до 0,75;
- грунт сухой                    – до 0,5;
- асфальт мокрый               – 0,3...0,5:

$$\varphi_m = \varphi_c \left( 1 - \frac{\kappa_m \cdot V}{l \cdot p} \right),$$

где  $p$  – давление в контакте (приблизительно равно давлению в шине);  
 $l$  – длина контакта;  $\varphi_c$  – коэф. сцепления с сухим асфальтом;  $\kappa_m$  – коэффициент, определяемый экспериментально. (Если  $l \cdot p / \kappa_m = V$ , то  $\varphi_m = 0$  – это явление называется *аквапланированием*. Скорость (км/ч) аквапланирования приблизительно можно оценить по формуле Хорна (нем. *Horne*):

$$V_{акв} = 6,34 \cdot \sqrt{p},$$

где  $p$  – кПа.

- грунт мокрый               – 0,2...0,3
- лед мокрый                – 0,1.

### 1.5. Режимы качения колеса

Различают 5 режимов качения эластичного колеса (ранжированы по мере убывания радиуса):

#### 1. Тормозной

$$T_{\kappa} < 0$$

(если  $s_c = 1$ , то  $r_{\kappa} = \infty$ , но  $r_{\delta} = const$ )

#### 2. Ведомый

$$T_{\kappa} = 0$$

( $r_{\kappa} = r_{\kappa 0} = const$ )

#### 3. Нейтральный

$$0 < T_{\kappa} < T_f$$

( $r_{\kappa 0} < r_{\kappa} < r_{\kappa c}$ )

#### 4. Свободный

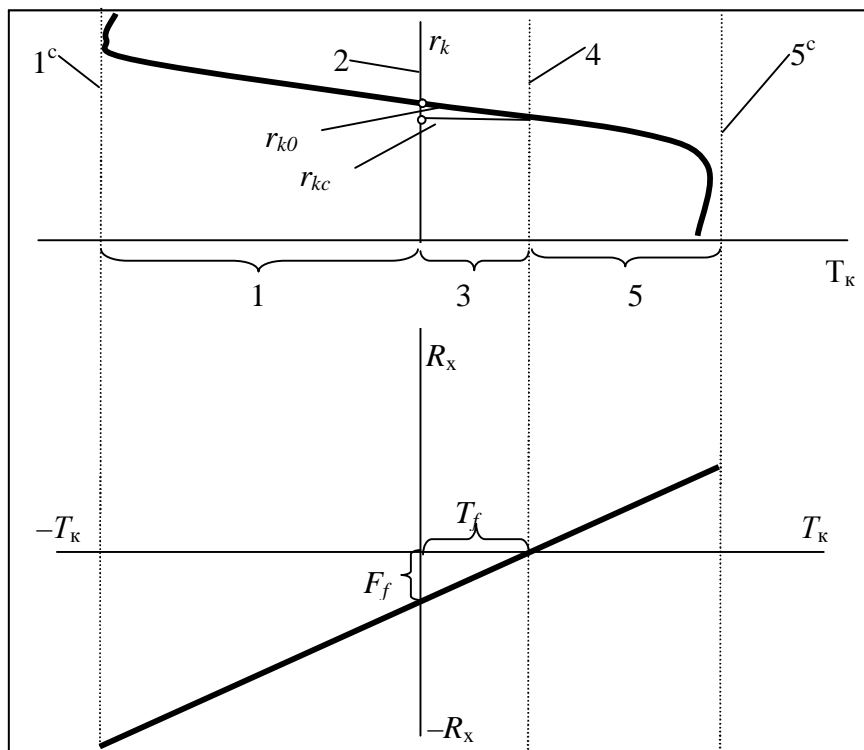
$$T_{\kappa} = T_f$$

( $r_{\kappa} = r_{\kappa c} = const$ )

#### 5. Ведущий

$$T_{\kappa} > T_f$$

(если  $s_{\bar{\sigma}} = 1$ , то  $r_{\kappa} = 0$ , но  $r_{\delta} = const$ )



$1^c, 5^c$  – чистое скольжение колеса соответственно при юзе и буксовании.  
**В ведущем** режиме радиус качения определяют следующим образом:

$$r_k = r_{kc} - \lambda_x \cdot R_x; \quad \text{или} \quad r_k = r_{k0} - \lambda_m \cdot T_k,$$

где  $\lambda_x, \lambda_m$  – коэффициент тангенциальной эластичности шины соответственно по силе (мм/Н) и по моменту (мм/(Н·м));  $r_{k0}$  – радиус качения в ведомом режиме (обычно принимают равным статическому радиусу).

$\lambda_x, \lambda_m$  определяют по ГОСТ 17696-89.

$\lambda_m = 0,015 \dots 0,025$  мм/(Н·м) – для легковых автомобилей;

$\lambda_m = 0,006 \dots 0,012$  мм/(Н·м) – для грузовых автомобилей.

*Пример: Шина ВЛи-5 (6,95-16,00)*

$$\lambda_x = 0,03 \text{ мм/Н}; \quad \lambda_m = 0,01 \text{ мм/(Н·м)} = 10^{-5} \text{ м/(Н·м)}.$$

## 1.6. Скоростные потери при качении колеса

У ведущего колеса кроме силовых потерь, есть еще и скоростные потери, связанные с изменением *кинематического* радиуса колеса: с увеличением  $T_k$  уменьшается  $r_k$ , следовательно, при той же частоте вращения колеса его скорость уменьшается. Оценим это:

$$\text{Мощностной баланс колеса: } P_{ак} = P_a + P_f + P_{\Delta V},$$

где  $P_a, P_f, P_{\Delta V}$  – мощность, затрачиваемая колесом соответственно на перемещение автомобиля, сопротивление качению и скоростные потери (частичная пробуксовка колеса в контакте с дорогой).

Найдем мощность скоростных потерь по разности радиуса в ведомом режиме ( $\approx$  статическому радиусу) и кинематического радиусов:

$$\Delta V = V_{k0} - V_k = \omega_k \cdot r_{k0} - \omega_k \cdot r_k = \omega_k \cdot (r_{k0} - r_k)$$

$$\Delta P = R_x \cdot \Delta V = R_x \cdot \omega_k \cdot (r_{k0} - r_k).$$

*Примечание: Мощность скоростных потерь* пропорциональна квадрату реализуемой горизонтальной реакции: в последнее выражение входит  $r_k = r_{kc} - \lambda_x \cdot R_x$ , таким образом получаем квадратное уравнение по  $R_x$ .

Разделение  $R_x$  по нескольким мостам позволяет уменьшить скоростные потери.

$$\text{Мощность, подведенная к колесу,} \quad P_{ак} = T_k \cdot \omega_k;$$

$$\text{Мощность, которую автомобиль отдает,} \quad P_a = R_x \cdot V = R_x \cdot \omega_k \cdot r_k;$$

$$\text{Мощность сопротивления качению,} \quad P_f = T_f \cdot \omega_k$$

$$T_k \cdot \omega_k = R_x \cdot \omega_k \cdot r_k + T_f \cdot \omega_k + R_x \cdot \omega_k \cdot (r_{k0} - r_k);$$

$$T_k \cdot \omega_k = \cancel{R_x \cdot \omega_k \cdot r_k} + T_f \cdot \omega_k + R_x \cdot \omega_k \cdot r_{k0} - \cancel{R_x \cdot \omega_k \cdot r_k};$$

$$\text{Сократив } \omega_k, \text{ получим } R_x = \frac{T_k - T_f}{r_{k0}}.$$

КПД автомобильного колеса:

$$\eta_{\kappa} = \frac{P_a}{P_{a\kappa}} = \frac{R_x \cdot \omega_{\kappa} \cdot r_{\kappa}}{T_{\kappa} \cdot \omega_{\kappa}} = \frac{R_x \cdot r_{\kappa}}{T_{\kappa}}, \text{ подставив } R_x \text{ получим}$$

$$\eta_{\kappa} = \frac{T_{\kappa} - T_f}{T_{\kappa}} \cdot \frac{r_{\kappa}}{r_{k0}}.$$

$r_{\kappa}/r_{k0}$  – коэффициент скоростных потерь;

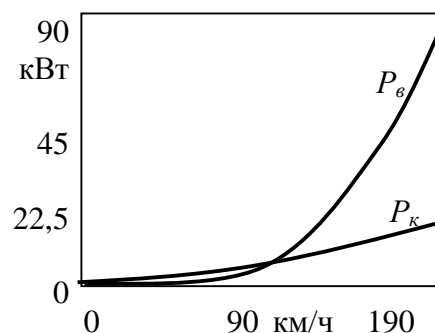
$(T_{\kappa} - T_f)/T_{\kappa}$  – коэффициент силовых потерь.



## Тема 2. Внешние силы, действующие на автомобиль

### 2.1. Аэродинамическое сопротивление

Дорожная эксплуатационная мощность, затрачиваемая на преодоление сопротивлений, весьма велика (см. рис.). Для поддержания равномерного движения (190 км/ч) четырех дверного седана, массой 1670 кг, площадью миделя  $2,05 \text{ м}^2$ ,  $c_x = 0,45$  требуется около 120 кВт мощности, причем 75 % мощности затрачивается на аэродинамическое сопротивление. Мощности, затрачиваемые на преодоление аэродинамического и дорожного (качения) сопротивления приблизительно равны на скорости 90 км/ч, и в сумме составляют 20 – 25 кВт.



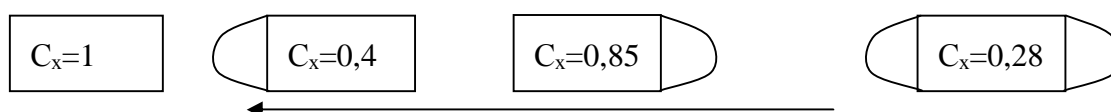
Считается, что дизайнер автомобиля имеет полную власть над аэродинамическими характеристиками автомобиля. Но это не совсем так.

Аэродинамическое сопротивление автомобиля имеет пять составляющих:

- |                                     |      |
|-------------------------------------|------|
| 1. Сопротивление формы              | 52 % |
| 2. Интерференционное сопротивление  | 16 % |
| 3. Индуктивное сопротивление        | 15 % |
| 4. Сопротивление внутренних течений | 12 % |
| 5. Поверхностное сопротивление      | 5 %  |

Пункты 1 и 2 находятся во власти дизайнера (67 %), но за 33 % сопротивлений (пп 3 – 5) ответственен конструктор (технолог).

#### Сопротивление формы



Необходимо обеспечить низкое давление, как перед автомобилем, так и позади него. Этому условию удовлетворяет форма капли, но она не удовлетворяет множеству других требований (размещение пассажиров, грузов, агрегатов).

Основная тенденция – снижение высоты автомобиля.

Скругление и плавный подъем линии капота – нет срыва, без скругления и плоский капот – срыв потока.

Угол задней двери универсала (пример):

- |                   |                               |
|-------------------|-------------------------------|
| До $20^\circ$     | – $C_x=0,34$ ;                |
| $20\dots30^\circ$ | – $C_x$ круто растет до 0,44; |

- 30...35° –  $C_x$  круто падает до 0,40;  
 более 35° –  $C_x = 0,40$ .

### *Индуктивное сопротивление*

Обтекание кузова воздухом сопровождается ускорением потоков и соответствующим снижением давления ниже атмосферного:

- передняя кромка капота;
- передняя кромка крыши;
- углы ветрового стекла.

Под днищем, наоборот, повышенное давление.

Это приводит к появлению подъемной силы, которая не опасна до скоростей 100 – 120 км/ч. Но при высоких скоростях автомобиль может потерять управляемость и устойчивость.

### *Поверхностное сопротивление*

Вследствие вязкости воздуха образуется пограничный медленно (относительно) текущий слой.

Для пограничного слоя характерно наличие некоторой критической скорости, ниже которой улучшение шероховатости не играет роли.

У автомобиля шероховатость покрытия обычно 0,5...1 мкм. Полирование такого покрытия не эффективно даже для болидов формулы 1.

### *Интерференционное сопротивление*

Выступающие части кузова существенно увеличивают аэродинамическое сопротивление автомобиля.

*Пример:* Аэродинамическое сопротивление бокового зеркала заднего вида отдельно от автомобиля взяли за 100 %. Так как скорость потока вблизи угла ветрового стекла на 20...30 % больше скорости автомобиля, то сопротивление зеркала будет 165 %. Если само зеркало имеет не обтекаемую форму, то за ним образуется турбулентность, что еще увеличивает сопротивление зеркала на 40...60 %. Таким образом, сопротивление зеркала достигнет 250...300 % от первоначального уровня.

Если снять некоторые элементы с кузова, то обнаружится снижение сопротивления:

- Дверные ручки – 1...3 %;
- Зеркала – 3...5 %;
- Отражатель камней и насекомых – 5...9 %;

Внешние солнцезащитные козырьки 10...18 %.

Снижение сопротивления формы приводит к усилению влияния интерференционного сопротивления: появление в ламинарном потоке препятствия приводит к срыву потока.

### *Сопротивление внутренних течений*

- ∅ Охлаждение двигателя без обвески приняли за 100 %, тогда:
  - с бампером охлаждение ухудшается на 30 %;
  - с решеткой радиатора ухудшается на 10 %;
  - кожух вентилятора улучшает обдув на 30 %;
- ∅ Охлаждение тормозов;
- ∅ Вентиляция салона.

### *СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА*

Определяется зависимостью:

$$F_{\text{в}} = 0,5 c_x A \rho_{\text{в}} V^2,$$

где  $c_x$  – безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления, зависящий от формы тела;  $\rho_{\text{в}}$  – плотность воздуха  $\rho_{\text{в}} = 1,202...1,225$  кг/м<sup>3</sup>;  $A$  – площадь миделева сечения автомобиля, м<sup>2</sup>;  $V$  – скорость автомобиля, м/с.

В литературе также встречаются:

- ∅ коэффициент сопротивления воздуха  $k_{\text{в}}$ :

$$F_{\text{в}} = k_{\text{в}} A V^2,$$

где  $k_{\text{в}} = c_x \rho_{\text{в}} / 2$ , – коэффициент сопротивления воздуха, Нс<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>.

- ∅ фактор обтекаемости  $q_{\text{в}}$ :

$$q_{\text{в}} = k_{\text{в}} \cdot A.$$

Если вместо  $c_x$  подставить  $c_z$ , то получим аэродинамическую подъемную силу.

Площадь миделева сечения для автомобиля оценивают:

$$A = 0,9 \cdot B \cdot H,$$

где  $B$  – наибольшая колея автомобиля, м;  $H$  – высота автомобиля, м.

Сила аэродинамического сопротивления приложена в метацентре, при этом создаются моменты.

Скорость потока воздуха с учетом ветра:

$$V = \sqrt{V_a^2 + V_{\text{в}}^2 + V_a V_{\text{в}} \cos \beta},$$

где  $\beta$  – угол между векторами скоростей автомобиля  $V_a$  и ветра  $V_в$ .

### *$C_x$ некоторых автомобилей*

ВАЗ 2101...07	0,52	<i>Opel Astra Sedan</i>	0,33
ВАЗ 2108...15	0,47...0,43	<i>HatchBack</i>	0,36
ВАЗ 2110	0,33	<i>Wagon</i>	0,35
ВАЗ 2111	0,36	<i>Peugeot 307</i>	0,36
ВАЗ 2112	0,34	<i>Land Rover FreeLander</i>	0,44
ВАЗ 2102...04	0,53	<i>Ford Maverick</i>	0,44
ВАЗ 2121...214	0,536	автобус	> 0,7
ВАЗ 2123	0,455	грузовик	> 0,85
М2141	0,35	грузовик с прицепом	> 1,25

## **2.2. Сила сопротивления подъему**

$$F_n = G_a \cdot \sin \alpha.$$

Для углов, менее  $10^\circ$  (0,17 рад; 17 %) уклон дороги часто обозначают  $i$ , %, например, 10 %, но в расчетные формулы следует подставлять в долях единицы (т. е. делить на 100)

$$F_n = G_a \cdot i/100.$$

$i$  обозначает, на сколько метров поднимается полотно дороги на 100 м горизонтальной проекции дороги.

*Примечание:* Погрешность замены  $\sin \alpha$  углом  $\alpha$  (в рад!!!) при  $10^\circ$  ( $i = 17$  %) составляет 0,5 % (для  $\tan \alpha$  – минус 1 %).

## **2.3. Сила сопротивления разгону**

При разгоне автомобиля происходит разгон поступательно движущейся массы автомобиля и разгон вращающихся масс (двигателя, трансмиссии, тормозных дисков и/или барабанов, колес), увеличивающих сопротивление разгону. Это увеличение можно учесть в расчетах, если считать, что массы автомобиля движутся поступательно, но использовать некую эквивалентную массу  $m_э$ , несколько большей  $m_a$ .

Используем метод Н. Е. Жуковского, приравняв кинетическую энергию поступательно движущейся эквивалентной массы сумме энергий:

$$\frac{m_э V^2}{2} = \frac{m_a V^2}{2} + \frac{J_д \omega_д^2}{2} + \frac{J_к \omega_к^2}{2},$$

где  $J_д$  – момент инерции маховика двигателя и связанных с ним деталей,  $\text{кг}\cdot\text{м}^2$  (или  $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$ );  $\omega_д$  – угловая скорость двигателя, рад/с;  $J_к$  – суммарный момент инерции всех колес.

$$\text{Так как } \omega_к = V/r_k, \quad \omega_д = V \cdot i_{кп} \cdot i_д / r_k, \quad r_k = r_{к0},$$

то получим

$$m_э = m_a + \frac{J_\delta \cdot i_{кн}^2 \cdot i_0^2 + \sum J_k}{r_{k0}^2}.$$

*Момент инерции  $J$  узлов трансмиссии автомобилей, кг·м<sup>2</sup>*

Автомобиль	Маховик с коленвалом $J_\delta$	Ведомые колеса (2 колеса с тормозными барабанами), $J_{к1}$	Ведущие колеса (2 колеса с тормозными барабанами и с полуосями) $J_{к2}$
ВАЗ 2101	0,13	1,1	1,42
ВАЗ 2121	0,13	–	9,47
УАЗ 31514	0,37	–	13,0
ГАЗ 3110	0,32	2,44	2,52
ГАЗ 53А	0,52	18,0	35,6
КАМАЗ 5320	2,11	23,3	98,5

Произведем замену:  $m_э = m_a \cdot \delta$ ,

где 
$$\delta = 1 + \frac{J_\delta \cdot i_0^2}{r_{k0}^2 \cdot m_a} \cdot i_{кн}^2 + \frac{J_{к1} + J_{к2}}{r_{k0}^2 \cdot m_a} = 1 + \delta_1 \cdot i_{кн}^2 + \delta_2.$$

Если автомобиль загружен не полностью:  $\delta = 1 + (\delta_1 \cdot i_{кн}^2 + \delta_2) \cdot \frac{m_a}{m_x}$ .

Если автомобиль идет накатом:  $\delta = 1 + \delta_2$

Сила сопротивления разгону автомобиля (инерции):

$$F_u = m_э \cdot a_a = \delta \cdot m_a \cdot a_a.$$

В первом приближении можно принять:  $\delta = 1 + 0,04 i_{кн}^2 + 0,04$ .

*Примечания:*

1. Момент инерции тела (диска, цилиндра), вращающегося вокруг своей оси, проходящей через его центр масс, равен

$$J_0 = \frac{m \cdot r_0^2}{2},$$

где  $r_0$  – наибольший радиус тела массой  $m$ .

2. Если деталь сложная, то ее условно разбивают на более простые, моменты которых и складывают.

3. Момент инерции тела, вращающегося вокруг оси, параллельной оси симметрии и не проходящей через центр масс, вычисляется по зависимости

$$J = J_0 + m \cdot r^2,$$

где  $r$  – расстояние между осями.

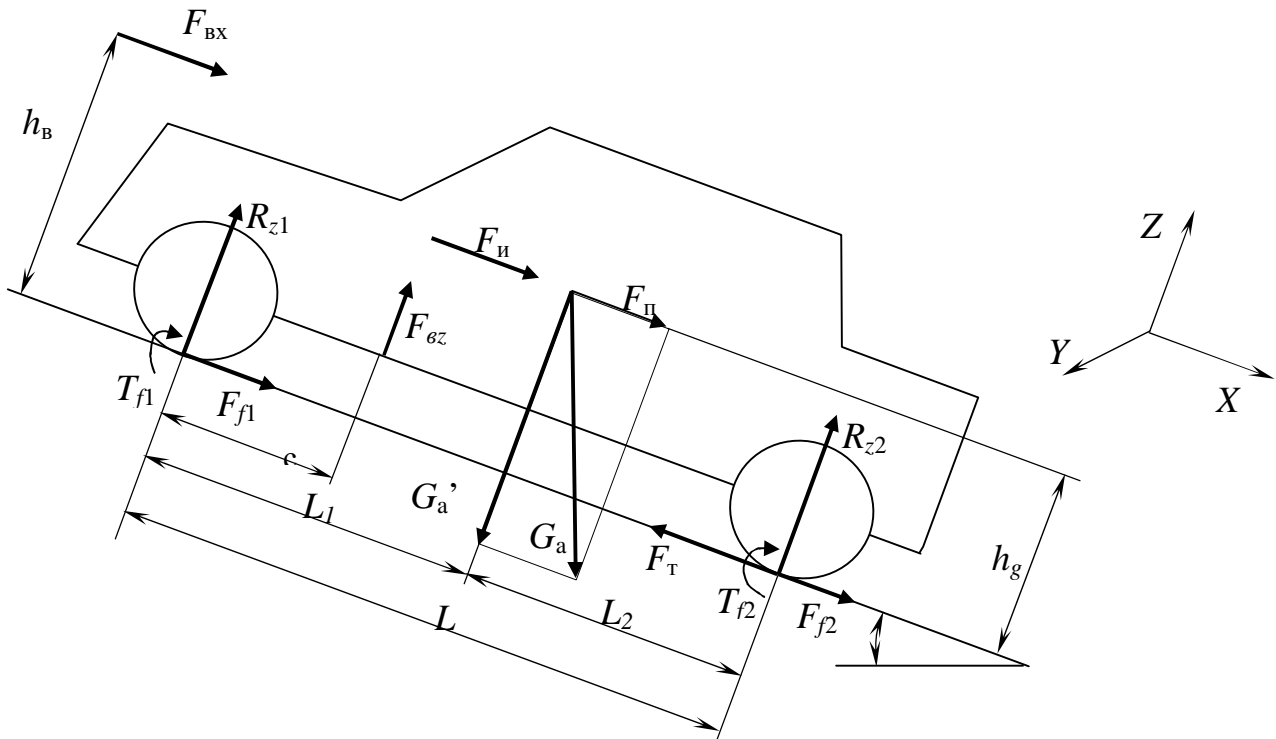
4. Момент инерции отверстий нужно вычитать.

## 2.4. Распределение и перераспределение вертикальных реакций $R_z$ на осях

Распределение по осям веса (развесовка) неподвижного автомобиля на горизонтальной площадке определяется по зависимостям:

$$R_{z1} = G_a \cdot L_2/L; \quad R_{z2} = G_a \cdot L_1/L.$$

При разгоне автомобиля в гору (см. схему) развесовка изменяется.



*Напоминание:* Момент  $T_{f1,2}$  появляется при переносе  $R_{z1,2}$  в центр пятна контакта колеса с дорогой.

Сумма моментов относительно ведущих (задних) колес = 0:

$$R_{z1} \cdot L + G_a \cdot \sin \alpha \cdot h_g + m_s \cdot a \cdot h_g + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^2 \cdot h_g - G_a \cdot \cos \alpha \cdot L_2 + T_{f1} + T_{f2} = 0$$

$$T_{f1} = R_{z1} \cdot r_d = f \cdot R_{z1} r_d$$

$$T_{f2} = R_{z2} \cdot r_d = f \cdot R_{z2} r_d$$

$$T_{f1} + T_{f2} = f R_{z1} r_d + f R_{z2} r_d = (R_{z1} + R_{z2}) f r_d = G_a \cos \alpha f r_d.$$

Из суммы моментов выразим  $R_{z1}$ :

$$R_{z1} = \frac{G_a \cdot L_2}{L} \left( \underbrace{\cos \alpha - \frac{h_g}{L_2} \cdot \sin \alpha}_{k_a} - \underbrace{\frac{0,5 \cdot c_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}{G_a \cdot L_2} \cdot h_g}_{k_b} - \underbrace{\frac{a}{g} \cdot \frac{h_g}{L_2}}_{k_u} - \underbrace{f \cdot \frac{r_d}{L_2}}_{k_f} \right).$$

Сравнивая последнее с  $R_{z1}$  на горизонтальной площадке в статике, заменим сумму коэффициентов на обозначение  $m_g$ :

$$m_{g1} = k_{\alpha 1} + k_{\epsilon 1} + k_{u1} + k_{f1}$$

$k_{\alpha}$ ;  $k_{\epsilon}$ ;  $k_u$ ;  $k_f$  – коэффициенты влияния соответственно подъема, сопротивления воздуха, ускорения и сопротивления качению.

$$R_{z1} = m_{g1} G_a L_2 / L.$$

Аналогично для задних колес:

$$R_{z2} \cdot L - G_a \cdot \sin \alpha \cdot h_g - m_a \cdot a \cdot h_g - 0.5 \cdot c_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^2 \cdot h_g - G_a \cdot \cos \alpha \cdot L_1 - T_{f1} - T_{f2} = 0$$

$$m_{g2} = k_{\alpha 2} + k_{\epsilon 2} + k_{u2} + k_{f2}.$$

$$R_{z2} = \frac{G_a \cdot L_1}{L} \left( \cos \alpha + \frac{h_g}{L_1} \cdot \sin \alpha + \frac{c_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}{2 \cdot G_a \cdot L_1} \cdot h_g + \frac{a}{g} \cdot \frac{h_g}{L_1} + f \cdot \frac{r_d}{L_1} \right)$$

$$R_{z2} = m_{g2} G_a L_1 / L.$$

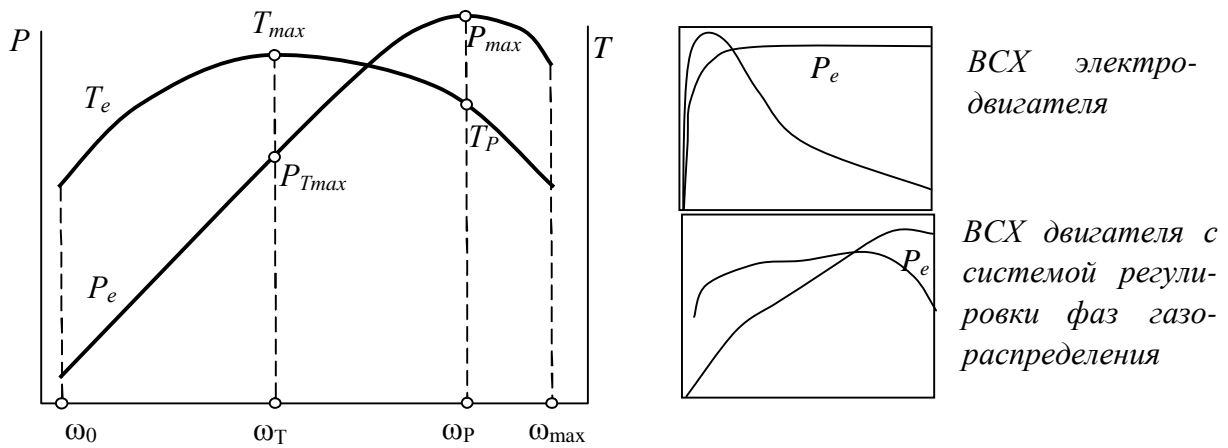
**Пример** значений коэффициентов перераспределения нормальных реакций  $m_g$  при старте автомобиля (сила тяги ограничена сцеплением  $\phi_x = 0,75$ ; аэродинамика и уклон дороги не учтены):

	Переднеприводные	Заднеприводные
$R_{z1}$	0,85	0,79
$R_{z2}$	1,15	1,21

## Тема 3. Тяговая динамика автомобиля

### 3.1. Внешняя скоростная характеристика двигателя

Зависимость мощности (крутящего момента) двигателя от его угловой скорости называется *скоростной характеристикой* двигателя. Если эта характеристика получена при частично открытом дросселе, то она называется *частичной*. Если дроссель открыт полностью, то характеристика – *внешняя*. Для определения тяговых свойств автомобиля используют внешнюю скоростную характеристику (ВСХ).



- $\omega_0$  – мин устойчивая под нагрузкой угловая скорость двигателя;
- $\omega_T$  – угловая скорость при максимальном крутящем моменте  $T_{max}$ ;
- $\omega_P$  – угловая скорость при максимальной мощности двигателя  $P_{max}$  (при этом крутящий момент  $T_P$  **не** максимальный!);
- $\omega_{max}$  – max угловая скорость двигателя.

При разгоне крутящий момент, подведенный от двигателя к трансмиссии, уменьшается за счет инерции двигателя

$$T_{mp} = T_e - J_d \varepsilon_d,$$

где  $T_e$  – крутящий момент, развиваемый двигателем при текущих оборотах, Н·м;  $J_d$  – момент инерции маховика и связанных с ним деталей, кг·м<sup>2</sup>;  $\varepsilon_d$  – угловое ускорение двигателя, с<sup>-1</sup>.

**Идеальной можно считать характеристику двигателя, у которой крутящий момент *не зависит* от угловой скорости его вращения**

$$T_e = const.$$

Момент, подведенный к колесам,

$$T_k = T_{mp} i_{mp} - T_{потерь},$$

где  $i_{mp} = i_{кп} \cdot i_{рк} \cdot i_0$  – передаточное число трансмиссии (в КП, РК и главной пары).

Если трансмиссия жесткая (без гидротрансформатора), то момент по-



теперь учитывают через КПД трансмиссии:

$$T_k = T_{mp} i_{mp} \eta_{mp}.$$

Таким образом, получим

$$T_k = (T_e - J_\partial \cdot \varepsilon_\partial) \cdot i_{кп} \cdot i_{рк} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}.$$

Для графиков зависимости крутящего момента от угловой скорости вводят коэффициент приспособляемости по моменту

$$K_T = T_{max}/T_p. \text{ Обычно } 1 < K_T < 2.$$

Чем меньше  $K_T$ , тем лучше: скоростная характеристика более ровная. Коэффициент приспособляемости по скорости

$$K_\omega = \omega_p / \omega_T.$$

Чем больше  $K_\omega$  тем лучше: двигатель «хорошо тянет» при низких оборотах.

*Примечание:* Термин «приспособляемость» в названиях вышеприведенных коэффициентов постулирует, что двигатель приспособляется (снижая угловую скорость, но увеличивая крутящий момент) к возросшей нагрузке, если скорость двигателя была больше  $\omega_T$ .

Между крутящим моментом и мощность двигателя есть жесткая связь:

$$P_e = T_e \cdot \omega_e.$$

Индекс «е» (engine – двигатель) указывает на то, что параметр «эффективный», т.е. **при полностью открытом дросселе!!!**

Так как нахождение ВСХ очень трудоемкая задача, поэтому в предварительных расчетах часто задают зависимость мощности и крутящего момента от оборотов в виде степенного полинома третьего порядка (для современных двигателей с системами регулирования фаз газораспределения степень полинома должна быть больше, например, шестая). Для двигателей старых конструкций:

$$P_e = P_{max} \cdot \left[ a \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right) + b \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^2 + c \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^3 \right]$$

$$\Leftrightarrow T_e \cdot \omega_e = T_{Pmax} \cdot \omega_p \left[ a \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right) + b \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^2 + c \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^3 \right] \Leftrightarrow ;$$

$$\Leftrightarrow T_e = T_{Pmax} \cdot \left[ a + b \cdot \frac{\omega_e}{\omega_p} + c \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^2 \right].$$

$$a = \frac{k_T \cdot k_\omega \cdot (2 - k_\omega) - 1}{k_\omega \cdot (2 - k_\omega) - 1}; \quad b = -\frac{2 \cdot k_\omega \cdot (k_T - 1)}{k_\omega \cdot (2 - k_\omega) - 1}; \quad c = \frac{k_\omega^2 \cdot (k_T - 1)}{k_\omega \cdot (2 - k_\omega) - 1}.$$

$$a + b + c = 1$$

Для многих карбюраторных двигателей  $a = b = 1; c = -1$ .

Для дизелей

С предкамерой  $a = 0,6 \quad b = 1,4 \quad c = 1,0;$

С вихрекамерным смесеобразованием  $a = 0,7 \quad b = 1,3 \quad c = 1,0;$

Для двухтактных дизелей  $a = 0,87 \quad b = 1,13 \quad c = 1,0.$

Мощность и крутящий момент реального двигателя следует уменьшить:

$$P_e = K_p \cdot P_{e \text{ пасп}},$$

где  $K_p = 0,9 \dots 0,95$  – коэффициент коррекции мощности двигателя (на привод доп. оборудования: гидронасоса АКП, насоса ГУР, кондиционера, вентилятора, генератора и т.п.).

*Расчетные формулы:*

$$T_e = 1000 P_e / \omega_e \quad \text{или} \quad T_e = 9549 P_e / n_e.$$

Переводной коэффициент из об/мин в рад/с:

$$\frac{2\pi}{60} = \frac{1}{9,549} \approx \frac{1}{9,55}.$$

### 3.2. Касательные реакции $R_x$ на колесах

Реакция по оси  $OX$  на ведомых колесах

$$R_{x1} = R_{z1} \cdot f + \frac{\sum_1^m J_k \cdot \varepsilon_k}{r_\partial},$$

где  $f$  – коэф. сопротивления качению;  $R_{z1}$  – суммарная реакция на ведомых колесах;  $m$  – число ведомых колес;  $J_k$  – момент инерции колеса с тормозным диском (барабаном, ступицей, полуосью), кг·м<sup>2</sup>;  $\varepsilon_k$  – угловое ускорение колеса, с<sup>-2</sup>;  $r_\partial$  – динамический радиус колеса, м.

Реакция по оси  $OX$  на ведущих колесах

$$R_{x2} = \frac{T_k - R_{z2} \cdot f \cdot r_\partial - \sum_1^n J_k \cdot \varepsilon_k}{r_\partial},$$

где  $T_k$  – суммарный крутящий момент, подведенный к полуосям;  $n$  – число ведущих колес.

С учетом зависимости крутящего момента от скорости двигателя, силу тяги можно переписать в следующем виде

$$R_{x2} = \frac{(T_e - J_\partial \cdot \varepsilon_\partial) \cdot i_{kn} \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp} - R_{x2} \cdot f \cdot r_\partial - \sum_1^n J_k \cdot \varepsilon_k}{r_\partial},$$

где  $T_e$  – текущее значение крутящего момента, развиваемого двигателем.

### 3.3. Уравнение движения автомобиля

1 условие – возможность движения:

Необходимо, чтобы касательная реакция на ведущих колесах была больше или равна сумме касательных реакций на ведомых колесах и проекций внешних сил на плоскость дороги (включая силы инерции):

$$R_{x2} \geq R_{x1} + \Sigma F_{внеш}.$$

2 условие – максимально возможное ускорение

Касательная реакция на ведущих колесах не должна превышать своего предела по сцеплению:

$$R_{x2} \leq R_{z2} \cdot \varphi_x.$$

Запишем силовой баланс автомобиля

$$F_T = F_k + F_n + F_\psi + F_u$$

$F_k$  и  $F_\psi$  – при движении автомобиля существуют всегда;  $F_n$  и  $F_u$  – могут отсутствовать.

$$F_T = \frac{T_e \cdot i_{kn} \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}}{r_\partial};$$

$$F_k = f_k \cdot G_a \cdot \cos \alpha;$$

$$F_n = G_a \cdot \sin \alpha.$$

Объединим  $F_k$  и  $F_n$  в дорожное сопротивление

$$F_\psi = F_k + F_n = f_k \cdot G_a \cdot \cos \alpha + G_a \cdot \sin \alpha = G_a \cdot (f_k \cdot \cos \alpha + \sin \alpha).$$

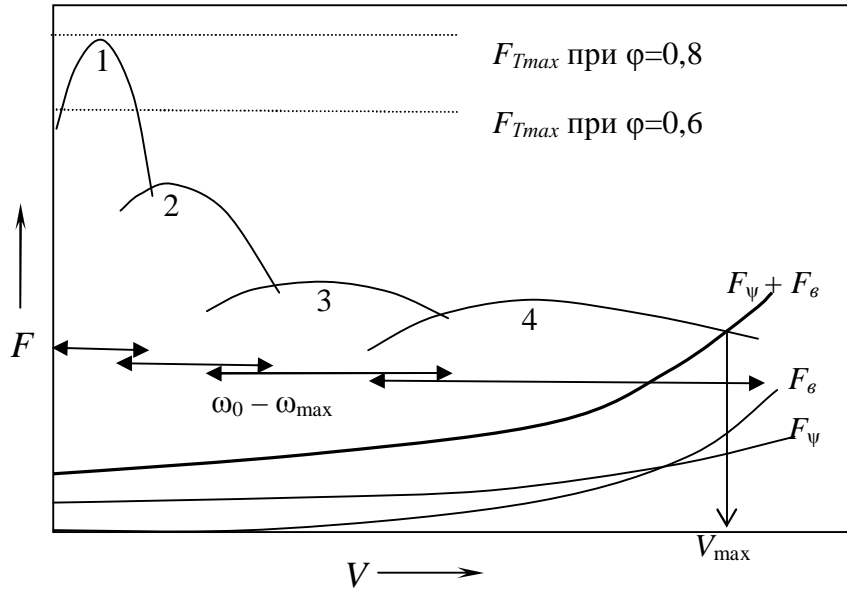
$\psi = f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha$  – коэффициент дорожного сопротивления.

$$F_\psi = G_a \cdot \psi; F_\psi = 0,5 \cdot c_x \cdot A \cdot \rho_\psi \cdot V^2; F_u = \delta \cdot m_a \cdot a.$$

Уравнение движения автомобиля примет вид:

$$\frac{T_e \cdot i_{kn} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}}{r_\partial} = \psi \cdot G_a + 0,5 \cdot c_x \cdot A \cdot \rho_\psi \cdot V^2 + \delta \cdot M_a \cdot a.$$

### Тяговый баланс автомобиля (силовой баланс)



Сила тяги автомобиля характеризуется набором кривых, зависящих от передаточного числа трансмиссии  $F_{T1}/F_{T2}=i_1/i_2$  и т.д.

$\Delta F = F_T - F_\psi - F_\epsilon$  — запас силы тяги автомобиля на текущей скорости.

Максимально возможное ускорение на текущей скорости:

$$a = \frac{\Delta F}{m_a \cdot \delta}.$$

Максимально возможный подъем на данной передаче:

$$\Delta F = G_a \cdot \sin \alpha;$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\Delta F}{G_a}.$$

Максимально возможный вес прицепа (равномерное движение по горизонтальной дороге):

Допустим, что  $F_{\epsilon \text{ приц}} = 0,25 \cdot F_{\epsilon \text{ авт}}$ , тогда

$$F_{f \text{ приц}} = G_{\text{приц}} \cdot f_{\max}$$

$$\Delta F = 0,25 \cdot F_{\epsilon \text{ авт}} + G_{\text{приц}} \cdot f_{\max}; \text{ отсюда}$$

$$G_{\text{приц}} = \frac{\Delta F - 0,25 \cdot F_{\epsilon \text{ авт}}}{f_{\max}}.$$

График тягового баланса позволяет решать и другие задачи.

Найдем момент, при котором ведущие колеса начнут буксовать.

Согласно второму условию:

$$\frac{(T_e - J_\delta \cdot \epsilon_\delta) \cdot i_{\kappa n} \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp} - \sum_1^n J_K \cdot \epsilon_\kappa - R_{z2} \cdot f_k \cdot r_\delta}{r_\delta} \leq R_{z2} \cdot \phi_x.$$

При равномерном движении «исчезает» инерция:

$$\frac{T_e \cdot i_{kn} \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp} - R_{z2} \cdot f_k \cdot r_d}{r_d} \leq R_{z2} \cdot \varphi_x.$$

Преобразуем дробь, заменим крутящий момент силой тяги:

$$F_T - R_{z2} \cdot f_k \leq R_{z2} \cdot \varphi_x.$$

Перегруппировав, окончательно получим:

$$F_T \leq R_{z2} \cdot (\varphi_x + f_k).$$

*Примечание:* при больших  $\varphi_x$  можно пренебречь  $f_k$ .

*Пример:*  $T_e = 100$  Н·м (скорректирован);  $J_d = 0,132$  кг·м<sup>2</sup>;  $i_{kn} = 4,1$ ;  $i_0 = 4,22$ ;  $\eta_{mp} = 0,9$ ;  $J_k = 0,7$  кгм<sup>2</sup>;  $n = 2$ ;  $R_{z2} = 7550$  Н;  $r_c = 0,28$  м;  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>,  $\varphi_x = 0,75$ .

*Проверить 2 условие (движение без пробуксовки)*

$$\varepsilon_k = a / r_k; \quad \varepsilon_k = 2 / 0,28 = 7,14 \text{ с}^{-2}.$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon_k \cdot i_{kn} \cdot i_0. \quad \varepsilon_e = 7,14 \cdot 4,1 \cdot 4,22 = 123 \text{ с}^{-2}.$$

Ускоренное движение:

$$F_T = [(100 - 0,132 \cdot 123) \cdot 4,1 \cdot 4,22 \cdot 0,9 - 2 \cdot 0,7 \cdot 7,14 - 7550 \cdot 0,016 \cdot 0,28] / 0,28 = 4502 \text{ Н}.$$

Равномерное движение:

$$F_T = [100 \cdot 4,1 \cdot 4,22 \cdot 0,9] / 0,28 - 7550 \cdot 0,016 = 5562 - 121 = 5441 \text{ Н}.$$

Максимально возможная тяга по сцеплению:

$$F_{m \max} = R_{z2} \cdot \varphi_x. \quad F_{m \max} = 7550 \cdot 0,75 = 5663 \text{ Н}.$$

### 3.4. Динамический паспорт автомобиля

Тяговая характеристика не удобна для сравнения свойств автомобилей с разными массой и аэродинамическим сопротивлением: на одной и той же дороге автомобили будут иметь разные максимальные скорости, разное время разгона (ускорение), разные предельные углы подъема.

Более удобен *динамический фактор*, в который входят все неизменные для каждого автомобиля параметры.

Логика получения динамического фактора следующая.

Сила тяги определяется:

$$F_T = F_k + F_n + F_\delta + F_u,$$

где  $F_k$ ,  $F_n$ ,  $F_\delta$ ,  $F_u$  – сила сопротивления соответственно качению, подъему, воздуха, инерции.

Перенесем  $F_\delta$  в левую часть:  $F_m - F_\delta = F_k + F_n + F_u.$

Раскроем правую часть:  $F_m - F_\delta = \psi \cdot G_a + m_a \cdot \delta \cdot a$

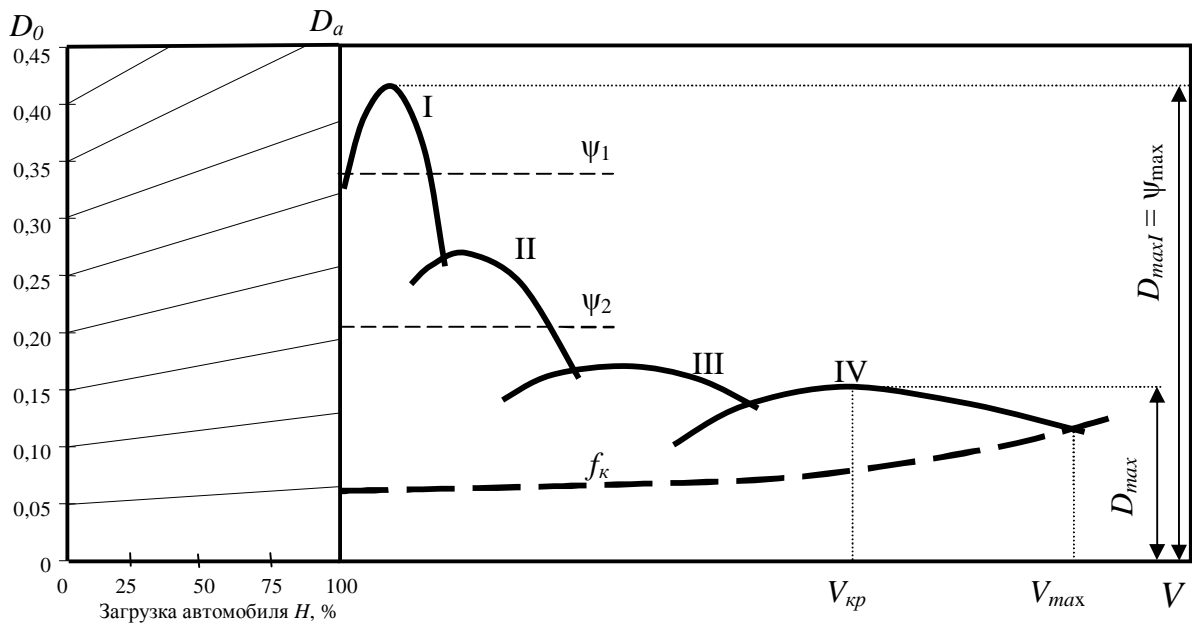
Поделим обе части на  $G_a$

$$\underbrace{\frac{F_T - F_e}{G_a}}_{D_a} = \psi + \delta \frac{a}{g}$$

Таким образом,

окончательно запишем  $D_a = \psi + d \frac{a}{g}$  – динамический фактор.

Графическую зависимость  $D(V)$  называют динамической характеристикой полностью груженого автомобиля, а с учетом загрузки автомобиля получим динамический *паспорт автомобиля*.



*Примечания:*

Масштабы осей  $D_a$  и  $D_0$  обратно пропорциональны весу соответственно груженого и снаряженного автомобиля  $D_0 = D_a \frac{G_a}{G_0}$ .

$D_{max}$  — максимальный динамический фактор на высшей передаче определяет диапазон дорожных сопротивлений, преодолеваемых автомобилем без переключения на низшие передачи.

$V_{кр}$  — критическая скорость движения определяет диапазон устойчивого движения на высшей передаче при работе двигателя с полной подачей топлива. При  $V > V_{кр}$  увеличение дорожного сопротивления вызывает падение скорости, но при этом возрастает  $D$ , скорость стабилизируется на более низком уровне, двигатель работает устойчиво. При  $V < V_{кр}$  увеличение дорожного сопротивления вызывает падение скорости, но при этом падает и  $D$ , скорость падает, возможна остановка двигателя.

$D_{maxl} = \psi_{max}$  — максимальный динамический фактор на низшей передаче определяет максимальное дорожное сопротивление, преодолеваемое автомобилем (например, подъем).

При  $V_{max}$  дальнейшее ускорение невозможно, т. е.  $a = 0$ . Тогда  $D_a = \psi = f_{kmax}$ .

**Найдем максимальный угол подъема.**

Если  $a = 0$ , то  $D_a = \psi$ ;  $\psi = f_k \cdot \cos \alpha + \sin \alpha$ .

Выразить  $\alpha$  из такого уравнения невозможно, поэтому пренебрегаем уменьшением вертикальной реакции. Тогда

$$D_a = f_k + \sin \alpha .$$

$$\alpha = \arcsin (D_a - f_k).$$

*Примечание:*  $\cos 1^\circ = 0,9998477$ ,  $\sin 1^\circ = 0,0174524$ . Для малых углов пренебрежение  $\cos \alpha$  дает погрешность порядка десяти тысячных, а  $\sin \alpha$  – погрешность в сотых: столь существенная разница не позволяет пренебрегать синусом угла.

Для малых углов (до  $10^\circ$  или 17 %), допустив, что  $\sin \alpha = \alpha$  (рад!), получим:

$$i = D_a - f_k .$$

Существуют другие **показатели быстроходности автомобиля:**

- Ø Удельная мощность двигателя  $P_{y\delta} = P_{max} / m_a$ , где  $m_a$  – масса автомобиля в тоннах;
- Ø Удельная сила тяги  $F_{y\delta} = F_T / G_a$  – тот же динамический фактор, но без учета аэродинамического сопротивления автомобиля.

Массу легкового автомобиля принимают при наличии водителя, пассажира и 20 кг багажа.

Для грузовых автомобилей, автопоездов и автобусов принимают полную массу.

Автомобили с малой удельной мощностью двигателя мешают движению. В некоторых странах маломощные автомобили запрещены.

*Требования к динамике автомобиля*

Страна	Мощность		Скорость, км/ч	
	кВт/т	л.с./т	Средняя техническая	Установившаяся на подъеме 3 % длиной 3 км
Англия, Финляндия	4,41	6	–	–
Германия, Австрия, Норвегия, Италия	5,88	8	–	–
Швейцария	7,35	10	–	–
Россия* :	–	–		30
До 3,5 т			100	
Более 3,5 т			80	
Япония	–	–	–	50

**Показатели быстроходности:** (по ГОСТ 22576–90):

- ∅ Максимальная скорость на пути 1 км (нагрузка 160 кг – 1570 Н).
- ∅ Условная максимальная скорость: разгон 1600 м, средняя скорость на пути 400 м.
- ∅ Интенсивность разгона (время разгона):
  - Легковой автомобиль – до 100 км/ч;
  - Микроавтобус и междугородный автобус – до 80 км/ч;
  - Городской автобус и грузовики – до 60 км/ч.
- ∅ Интенсивность разгона на дистанции 400 и 1000 м.

Кроме вышеперечисленных часто используют и такой показатель, как эластичность: время разгона на высших передачах в определенном диапазоне скоростей: 40 – 80, 50 – 120 км/ч.

### 3.5. Расчет ускорения автомобиля

Ускорение при дорожном сопротивлении  $\psi$  определим по динамическому фактору:

$$D = \psi + \delta \frac{a}{g}, \quad \text{откуда} \quad a = D \frac{g}{\delta} - \psi \frac{g}{\delta}.$$

где  $\psi = f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha$ ,  $f = f_0 \cdot (1 + A_f V^2)$ .

Подстановкой  $D$  и  $\psi$  можно получить зависимость  $a(V)$ .

Реальный автомобиль –  $a = 3 \dots 8 \text{ м/с}^2$ .

Гоночный автомобиль –  $a = 8 \dots 20 \text{ м/с}^2$ .

**Определим максимально возможное ускорение на ровной дороге:**

*по условию сцепления с дорогой*

для полноприводного автомобиля

$$a_{\max}^{\phi} = g \cdot \phi_x;$$

для передне- (+) и заднеприводного (–) автомобиля

$$a_{\max}^{\phi} = \frac{g \cdot \phi_x \cdot L}{L \pm h_g \cdot \phi_x};$$

*по тяге на колесах*

$$F_{T \max}^{\phi} = G_a \frac{L_1}{L} m_2 \cdot \phi_x \Rightarrow \text{для полноприводного} \quad \frac{L_1}{L} m_2 = 1 \Rightarrow F_{T \max}^{\phi} = G_a \cdot \phi_x,$$

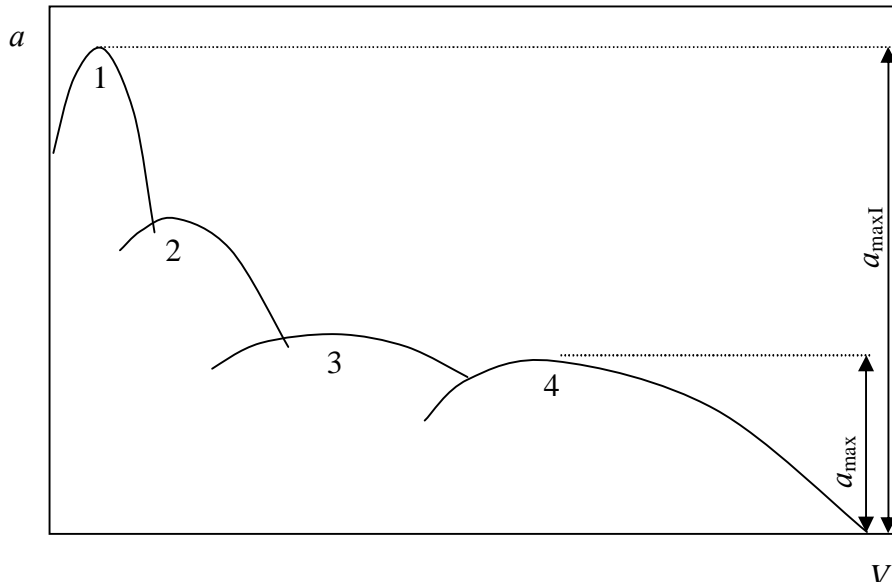
$$\text{получим} \quad D_{\max}^{\phi} = \frac{F_{T \max}^{\phi} - F_{\epsilon} \overset{F_{\epsilon} \rightarrow 0}{\rightarrow} F_{T \max}^{\phi}}{G_a} = \frac{G_a \cdot \phi_x}{G_a} = \phi_x,$$

откуда (при малой скорости  $f = f_0$ )

$$a_{\max} = (D - f) \frac{g}{\delta} = (\phi_x - f_0) \frac{g}{\delta}.$$

*Примечание:* У грузового автомобиля из-за большого  $\delta$  ускорение на 1 передаче может быть ниже, чем на второй.





### 3.6. Расчет пути и времени разгона автомобиля до заданной скорости

Исходные данные:

- ∅ Зависимости ускорения на передачах;
- ∅ Время переключения  $\Delta t_{кп}$  ( $\Lambda A=0,5$  с;  $\Gamma A=1,5$  с);
- ∅ Соппротивления движению  $f_k$  (или  $\psi$ ),  $A$ ,  $c_x$ ;
- ∅ Масса автомобиля  $m_a$ ;
- ∅ Коэффициент учета вращающихся масс  $\delta$ .

Точно время разгона можно подсчитать только интегрированием.

Вручную считают следующим образом.

1. График  $a(V)$  представляем в виде гистограммы. (Чем мельче шаг, тем точнее расчет.) На каждом шаге ускорение считаем постоянным.

2. Вычисляем время разгона на  $i$ -м участке (шаге) на первой передаче:

$$\Delta t_i = (V_i - V_{i-1}) \frac{1}{a_i},$$

где индекс обозначает номер шага.

3. Вычисляем потерю скорости при переключении передачи с первой на вторую:

$$\Delta V_{1-2} = \frac{F_k + F_g}{m_a} \cdot \Delta t_{кп}.$$

4. Корректируем гистограмму (смещают шаги на  $\Delta V$ ).
5. Повторяем вычисления на второй и последующих передачах до достижения заданной скорости.
6. Суммируем время на  $n$  шагах и при  $m$  переключениях:

$$t = \sum_{i=0}^n \Delta t_i + \Delta t_{\text{кн}} \cdot m.$$

7. Строим график  $V(t)$  (график типа «ПИЛА»).

**Расчет пути**, пройденного автомобилем при разгоне до заданной скорости выполняют по графику  $V(t)$ , разбив его на  $n$  шагов:

$$S = \sum_1^n \frac{(V_n + V_{n-1})}{2} \cdot \Delta t + \sum_1^m V_m \cdot \Delta t_{\text{кн}}.$$

Заполняем таблицу:

$i$ (№ п/п)	$V_i$ (задаем)	$\Delta V_i =$ $V_i - V_{i-1}$	$a_i$	$\Delta t_i =$ $= \Delta V_i / a_i$	$t_i =$ $= t_{i-1} + \Delta t_i$	$\Delta S_i =$ $= V_i \cdot \Delta t_i$	$S_i =$ $= S_{i-1} + \Delta S_i$	Передача в КП
0	0	–	–	–	–	–	–	Трогание с места**
1	1	1	1,87	0,535	0,535	0,535	0,535	I
2	2	1	1,96	0,511	1,046	1,022	1,557	I
3	3	1	2,03	0,493	1,539	1,479	3,036	I
4	4	1	2,03	0,492	2,031	1,968	5,004	I
5	5	1	1,96	0,509	2,540	2,545	7,549	I
6	6	1	1,84	0,542	3,082	3,252	10,801	I
7	7	1	1,67	0,598	3,680	4,186	14,987	I
7-8	6,5	<b>0*</b>	0	<b>0,5*</b>	4,38	3,25	18,237	переключение I-II
8	8	1	...	...	...	...	...	II

\* – при переключении передач за  $\Delta t = 0,5$  падением скорости можно пренебречь  $\Delta V_{78} = 0$ . Если не пренебрегать (например, за время переключения скорость падает на  $\Delta V_{78} = -0,5$  м/с), то на следующем ( $i = 8$ ) шаге скорость  $V_i$  необходимо уменьшить на 0,5;

\*\* – при трогании с места водитель управляет одновременно сцеплением и акселератором. Время трогания зависит от квалификации водителя. Поэтому на этом этапе ускорение зададим исходя из максимально возможного по условию сцепления  $a_{\text{max}}^{\phi}$  (см. п. 3.5).

Продолжаем заполнять таблицу по ускорениям на второй и последующих передачах.

### 3.7. Мощностной баланс автомобиля

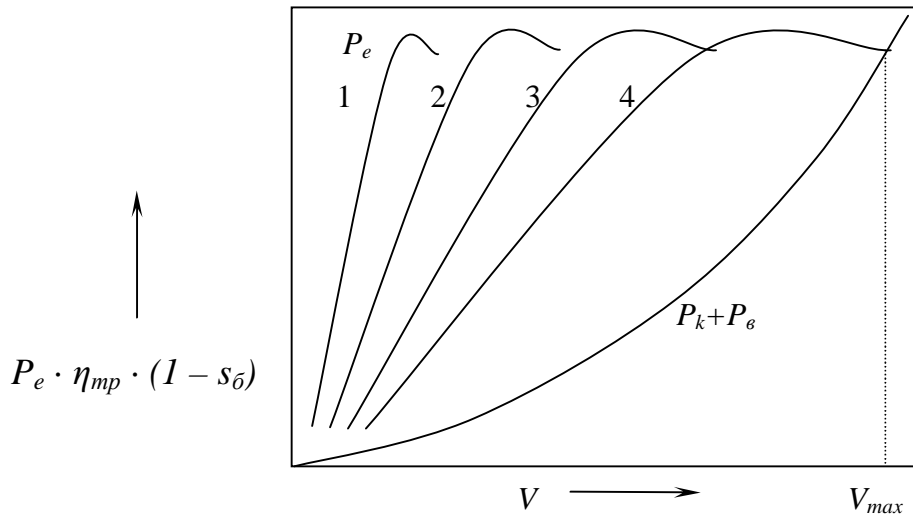
Мощностной баланс автомобиля строят на основании тягового баланса:

$$F_T = F_k + F_{\varepsilon} + F_u + F_n.$$

Домножим обе части на  $\omega_k$ :

$$T_k \cdot \omega_k / r_c = F_k \cdot \omega_k + F_{\varepsilon} \cdot \omega_k + F_u \cdot \omega_k + F_n \cdot \omega_k.$$

Учитывая, что  $\omega_k = V / r_k$  и  $T_k \cdot \omega_k = P_e \cdot \eta_{\text{тр}}$ , получим



$$P_e \cdot \eta_{mp} \cdot r_k / r_c = F_k \cdot V + F_{\delta} \cdot V + F_u \cdot V + F_n \cdot V.$$

Для исключения радиусов колеса введем мощность скоростных потерь (буксование колес:  $s_{\delta} = 1 - r_k / r_{k0}$ ):

$$P_e \cdot \eta_{mp} \cdot (1 - s_{\delta}) = F_k \cdot V + F_{\delta} \cdot V + F_u \cdot V + F_n \cdot V.$$

Окончательно получим:

$$P_e \cdot \eta_{mp} \cdot (1 - s_{\delta}) = G_a \cdot \psi \cdot V + 0,5 \cdot C_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^3 + m_a \cdot \delta \cdot a \cdot V.$$

Положение пика на прямой передаче на графике мощностного баланса определяется главной передачей.  $V_{max}$  будет достигнута при пересечении линии (кривой) сопротивлений линией (кривой) мощности в пике последней. Однако динамика автомобиля будет хуже, чем при смещенном влево пике мощности. Для движения в условиях малых дорожных сопротивлений применяют ускоряющую передачу.

Наиболее часто применяемые передачи сближают (обычно 3 и 4, иногда 2, 3 и 4).

## Тема 4. Топливная экономичность автомобиля

### 4.1. Нормативы

Топливная экономичность – свойство, определяющее расход топлива при выполнении автомобилем транспортной работы в различных условиях эксплуатации.

*Обобщающими измерителями топливной экономичности служат:*

- Ø Средний расход топлива  $Q_{Scp}$  – это путевой расход топлива в литрах на 100 км пройденного пути при нормальном эксплуатационном режиме движения в разных, наиболее типичных для данного автомобиля дорожных условиях.
- Ø Удельный расход топлива  $Q_{Wcp}$  – это отношение среднего расхода топлива в литрах к выполненной транспортной работе по перевозке грузов и пассажиров (л/т·км (л/100т·км) или л/пас·км (л/100пас·км)).
- Ø В США применяют путь в милях на 1 галлоне топлива.

*Единичными измерителями топливной экономичности служат:*

	Измеритель	Обозначение	ГОСТ	№ правила ЕЭК ООН
1.	Контрольный расход топлива	$Q_{Sk}$	20306-90	15 и 84
2.	Расход топлива в магистральном цикле	$Q_{Sm.п.}$		
3.	Расход топлива в городском цикле	$Q_{Sг.п.}$		
4.	Расход топлива в городском цикле на стенде	$Q_{Sг.п.с}$		15, 84, 101
5.	Топливная характеристика установившегося движения	$Q_S=f(V_a)$		
6.	Топливо-скоростная характеристика на магистрально-холмистой дороге	$Q_S=f(V_{a,доп})$ $V_a=f(V_{a,доп})$		
7.	Удельный контрольный расход топлива для грузовых автомобилей	$Q_{Wк}$	4.401-88	
8.	Обобщенный приведенный расход топлива	$Q_{S^*}$	4.396-88	
9.	Топливо-экономическая характеристика	$Q_S=f(V_a, \psi)$		

Правила ЕЭК ООН № 15 и № 84 распространяются на ТС категорий M1 и N1 полной массой до 2 т. Оценку производят с постоянными скоростями 90 и 120 км/ч, а также в простом *городском ездовом цикле*:

1. Холостой ход (XX) 15 с.
2. 0 – 200 м разгон до 20 км/ч, *остановка* 15 с.
3. 200 – 400 м разгон до 25 км/ч.
4. 400 – 600 м разгон до 30 км/ч, *остановка* 15 с.
5. 600 – 800 м разгон до 35 км/ч, торможение до 20 км/ч.
6. 800 – 1100 м разгон до 40 км/ч, *остановка* 15 с.
7. 1100 – 1400 м разгон до 45 км/ч, торможение до 30 км/ч.

8. 1400 – 1700 м разгон до 45 км/ч, *остановка* 15 с.
9. 1700 – 2200 м разгон до 50 км/ч, *остановка* 45 с.
10. 2200 – 3000 м разгон до 55 км/ч, *остановка* 15 с.
11. 3000 – 4000 м разгон до 60 км/ч *остановка* на отметке 4000 м.

Измерение производят при 11 циклах: 1–5 прогрев; собственно измерения производят трижды на 6–7; 8–9; 10–11 циклах. Между парами допускается увеличение времени холостого хода до 60 с.

(Остальные циклы см. [1, с. 45]).

Правило R101 относится к автомобилям с гибридными силовыми установками.

## 4.2. Топливная экономичность двигателя

Топливную экономичность двигателя оценивают только экспериментально:

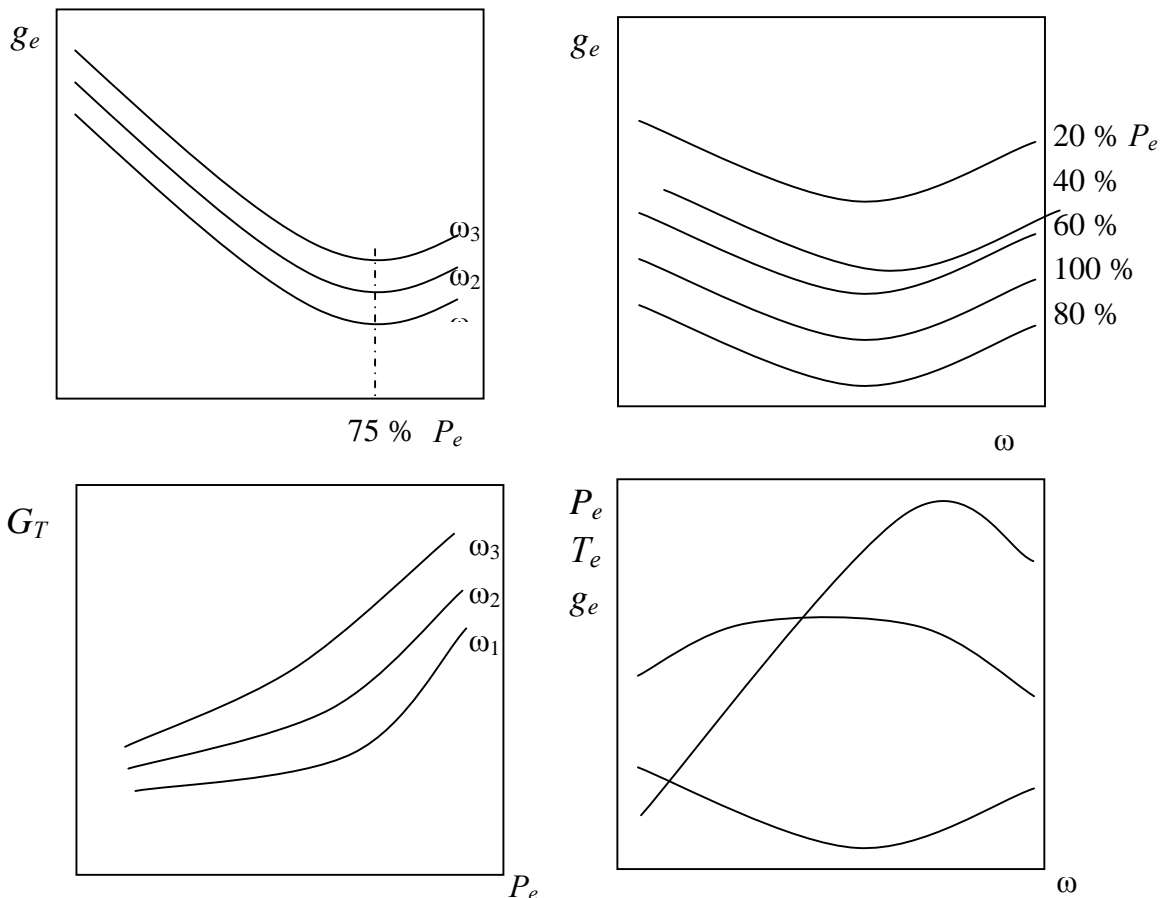
∅ часовой расход топлива  $G_T$ , кг/ч;

∅ удельный расход топлива  $g_e$ , кг/кВт·ч:  $g_e = G_T/P_a$ .

Карбюраторный  $g_{e\ min} = 240 \dots 300$  г/(кВт·ч);

дизельный  $g_{e\ min} = 195 \dots 230$  г/(кВт·ч).

Обе характеристики зависят от скорости двигателя и от нагрузки.



### 4.3. Топливо-экономическая характеристика

Расход топлива автомобиля определяется:

$$Q_s = \frac{G_T}{V_a \cdot \rho} = \frac{g_e \cdot P_a}{V_a \cdot \rho},$$

где  $P_a$  – мощность, развиваемая двигателем, в данных условиях нагружения, т.е. с учетом КПД и  $K_p$  ( $P_a = P_e$  при полностью открытом дросселе).

Подставив составляющие мощности и коэффициенты, получим

$$Q_s = \frac{K_n \cdot K_N \cdot g_{e\min}}{V_a \cdot \eta \cdot \rho \cdot K_p \cdot 36} \cdot (P_\psi + P_e + P_u), \text{ [л/100км];}$$

*Примечание:* для приведения  $Q_s$  к размерности л/100км необходимо  $g_e$ , подставленный в зависимость в размерности [г/(кВт·ч)] поделить на 1000 (т. е. привести к размерности [кг/(кВт·ч)]); скорость автомобиля, подставленную в знаменатель в размерности м/с, умножить на 3,6 [км/ч]. Полученный результат (1/3600) умножить на 100 (км пути), получим переводной коэффициент 1/36. Если мощность в [Вт], то коэффициент 1/36000.

Мощность (Вт) есть произведение силы на скорость. Сократив скорость, получим

$$Q_s = \frac{K_n \cdot K_N \cdot g_{e\min}}{\eta \cdot \rho \cdot K_p \cdot 36000} \cdot (F_\psi + F_u + F_e)$$

или в развернутом виде

$$Q_s = \frac{K_n \cdot K_N \cdot g_{e\min}}{\eta \cdot \rho \cdot K_p \cdot 36000} \cdot (G_a \cdot \psi + m_s \cdot a + 0,5 \cdot \rho \cdot c_x \cdot A \cdot V^2),$$

где  $\rho$  – плотность топлива (бензин 0,73 кг/л; диз. топливо 0,8 кг/л);  $F$  – [Н];  $g_e$  – [г/(кВт·ч)];  $V$  – [м/с].

Коэффициент, учитывающий влияние скорости двигателя на расход топлива, определили экспериментально, составив полином третьего порядка:

$$K_n = 1,25 - 0,99 \frac{\omega_e}{\omega_p} + 0,98 \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^2 - 0,24 \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^3.$$

Экстремум полинома с этими коэффициентами:  $K_n = 0,9544$  при  $\omega_e = 0,67 \cdot \omega_p$ .

Коэффициент, учитывающий влияние расходуемой мощности на расход топлива:

для карбюраторных двигателей

$$K_N = 3,27 - 8,22 \frac{P_a}{P_e^{6H}} + 9,13 \cdot \left( \frac{P_a}{P_e^{6H}} \right)^2 - 3,18 \cdot \left( \frac{P_a}{P_e^{6H}} \right)^3;$$

Экстремум полинома  $K_N = 0,8977$  при  $P_a = 0,72 \cdot P_e^{6H}$  ;  
для дизельных двигателей

$$K_N = 1,2 + 0,14 \frac{P_a}{P_e^{6H}} - 1,8 \cdot \left( \frac{P_a}{P_e^{6H}} \right)^2 + 1,46 \cdot \left( \frac{P_a}{P_e^{6H}} \right)^3 ;$$

Экстремум полинома  $K_N = 0,9069$  при  $P_a = 0,78 \cdot P_e^{6H}$ .

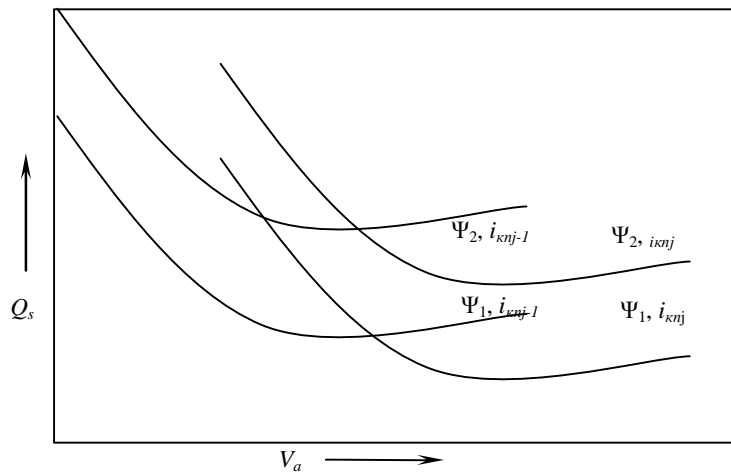
Таким образом, расход топлива зависит от массы автомобиля, дорожных условий движения и от режима работы двигателя.

*Примечание:* В целях исключения путаницы при расчетах  $K_N$  дробь  $P_a/P_e^{6H}$  следует заменить на эквивалентную дробь  $(F_k + F_n + F_e + F_u)/F_T$ .

**Топливная (экономическая) характеристика автомобиля** – графическая зависимость путевого расхода от установившейся скорости.

Алгоритм построения ТХА:

1. Задаем скорость  $V$ .
2. Определяем дорожное и аэродинамическое сопротивления.
3. Находим требуемую мощность  $P_a$ .
4. Находим максимальную мощность  $P_e$  двигателя при заданной  $\omega$ .
5. Находим  $P_a/P_e$ .
6. Вычисляем текущий  $g_e$ .
7. Вычисляем  $Q_s$ .
8. Повторяем пункты 1–7 для следующей скорости  $V$ .



#### 4.4. Оценка топливной экономичности

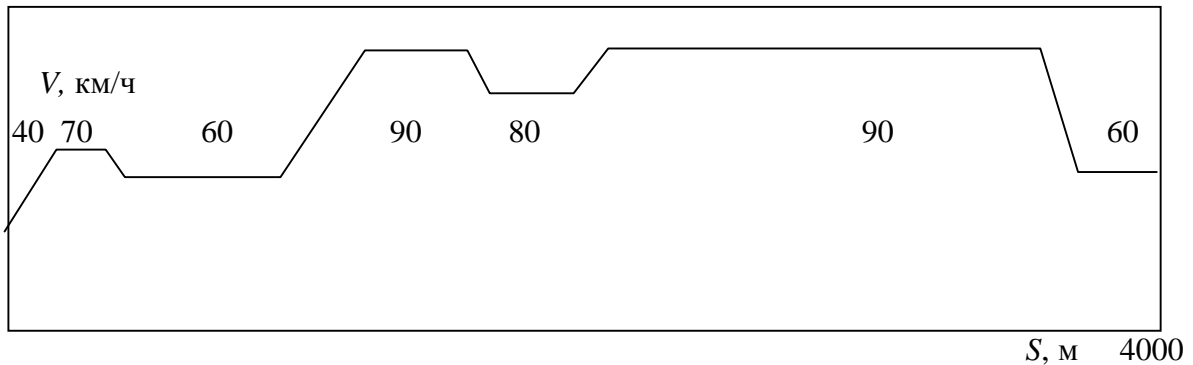
В настоящее время расход топлива оценивают по четырем характеристикам:

- Ø Контрольный расход топлива;
- Ø Путевой расход топлива при скорости 90 км/ч;
- Ø Путевой расход топлива при скорости 120 км/ч;
- Ø Путевой расход топлива при городском цикле эксплуатации.

**Контрольный расход** – это осредненный расход топлива автомобилем на высшей передаче на горизонтальном участке дороги и при постоянной скорости ( $\pm 2$  км/ч).

**Путевой расход** определяется на соответствующем цикле движения автомобиля, максимальная скорость в котором равна 90, 120 и 60 км/ч. (см. правила ЕЭК ООН № 15 и № 84 [1]). В городском цикле есть остановки, в магистральном их нет.

Магистральный цикл испытаний АТС массой до 3,5 т



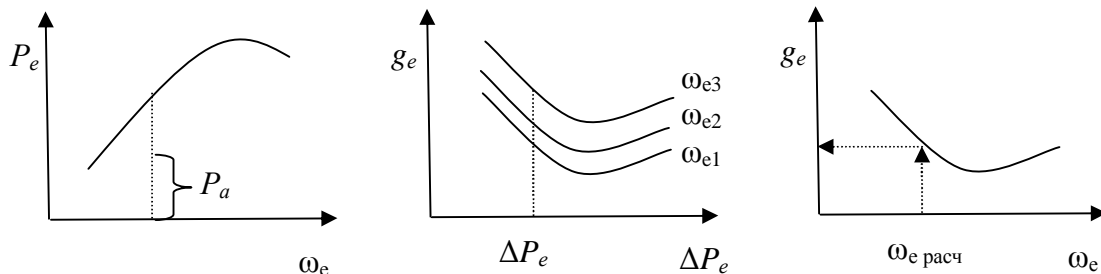
**Режимы движения автомобиля в цикле:**

1. Движение с ускорением;
2. Равномерное движение;
3. Замедленное движение (торможение двигателем);
4. Работа на холостом ходу.

#### 4.4.1. Движение с постоянной скоростью

Мощность, затрачиваемая на движение равна мощности сопротивления качению и мощности аэродинамического сопротивления (подъем не учитываем):

$$P_a = \frac{1}{\eta_{mp} \cdot K_p} (P_k + P_s) = \frac{(G_a \cdot f_0 (1 + A_f \cdot V^2) \cdot V + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_s \cdot A \cdot V^3)}{\eta_{mp} \cdot K_p}, \text{ [Вт];}$$



$$\omega_e = \frac{V_a \cdot i_{kn} \cdot i_0}{r_k}, \text{ [рад/с]; } \Delta P_e = \frac{P_a}{P_e} \cdot 100, \text{ \%}$$



**Порядок графо-аналитического расчета:**

1. Определяем загрузку двигателя;
2. На нагрузочной характеристике  $g_e(\Delta P_e)$  проводим линию, соответствующую данной загрузке двигателя;
3. Находим  $g_e$  для разных скоростей  $\omega_e$ ;
4. Строим график  $g_e(\omega_e)$ ;
5. Расход топлива на данном режиме, л:

$$Q_s = \frac{g_{e\min} \cdot K_n \cdot K_N}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \rho_m} \cdot P_a \cdot t_s,$$

где  $t_s$  – продолжительность этапа, с (переводной коэффициент в часы 1/3600);  $P_a$  – [кВт];  $g_{e\min}$  – [г/(кВт·ч)] (переводной коэффициент в [кг/(кВт·ч)] 1/1000);  $\rho_m$  – [кг/л].

**4.4.2. Движение с ускорением**

Разбиваем этап на отрезки  $\Delta t$ .

Предполагаем, что машина движется на этом отрезке с постоянной скоростью, равной средней скорости участка.

Учитываем силы инерции:

$$\bar{P}_a = \frac{(G_a \cdot f_0 (1 + A_f \cdot \bar{V}^2) \cdot \bar{V} + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A \cdot \bar{V}^3) + m_a \cdot a \cdot \delta \cdot \bar{V}}{\eta_{mp} \cdot K_p}.$$

Рассчитываем на каждом участке среднюю скорость двигателя:

$$\bar{\omega}_e = \frac{\bar{V}_a \cdot i_{kn} \cdot i_0}{r_k}.$$

Находим расход топлива на участке:

$$\bar{Q}_s = \frac{\bar{g}_e \cdot K_n \cdot K_N}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \rho_m} \cdot \bar{P}_a \cdot \Delta t.$$

$$Q_{разг} = \sum \bar{Q}_s.$$

**4.4.3. Торможение двигателем**

Если автомобиль оборудован ЭПХХ (экономайзер принудительного холостого хода) или системой впрыска топлива, то на этом этапе топливо **не расходуется!**

Карбюраторные машины без ЭПХХ на режиме торможения двигателем топливо расходуют! (режим холостого хода – ХХ)

#### 4.4.4. Расход топлива на холостом ходу

Удельный цикловой расход топлива  $g_{exxu}$  – количество топлива, расходуемого одним литром объема двигателя за один цикл (2 оборота четырехтактного ДВС) холостого хода (ХХ):

$$g_{exxu} = (17 - 20) \cdot 10^{-6} \text{ кг/(л·цикл)}.$$

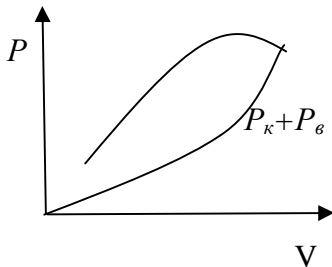
$Q_T = 30 \cdot g_{exxu} \cdot V_{dvc} n_{xx} / \rho_m$  – часовой расход топлива на ХХ, где  $V_{dvc}$  – объем двигателя, л;  $n_{xx}$  – холостые обороты, мин<sup>-1</sup>.

У ВАЗ – 2110 на ХХ 1 л/час ( $g_{exxu} = 20,0277 \cdot 10^{-6}$  кг/(л·цикл)).

### 4.5. Конструктивные факторы, влияющие на топливную экономичность

#### 4.5.1. Выбор двигателя

Максимальную мощность ДВС выдает при разгоне, на максимальной скорости и в тяжелых дорожных условиях.



Мощность двигателя рассчитывают из условия обеспечения максимальной скорости в заданных дорожных условиях:

$$P_{V_{\max}} = \frac{(G_a \cdot f_0 (1 + A_f \cdot V^2) \cdot V + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A \cdot V^3)}{\eta_{mp}}.$$

Максимальная скорость достигается на **высшей передаче**.

Необходимо, чтобы высшая передача имела максимальный КПД.

- Ø Если КП трехвальная, то прямая передача высшая;
- Ø Если КП двухвальная, то высшая передача – передача с  $i_{kn} \approx 1$ .

Если при проектировании автомобиля задан динамический фактор на высшей передаче, то мощность:

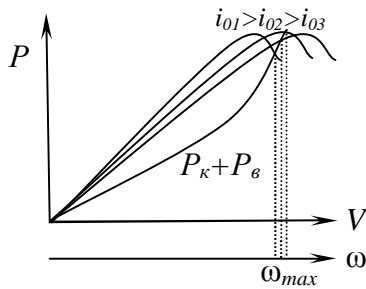
$$P_D = \frac{(G_a \cdot D_a \cdot V + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A \cdot V^3)}{\eta_{mp}},$$

где  $V$  – скорость при  $T_{max}$  на высшей передаче.

Затем с помощью полинома получим  $P_{D \max}$ .

### 4.5.2. Выбор передаточного числа главной передачи

Передаточное число главной пары подбирают на этапе, когда еще не известны передаточные числа в КП (и в РК). Поэтому принимают, что в этих агрегатах включена прямая передача ( $i_{кп} = i_{рк} = 1$ ). Тогда искомое передаточное число будет равно отношению угловых скоростей ведущих колес и ведущей шестерни редуктора моста на максимальной скорости (точнее – при максимальной мощности двигателя)



$$i_0 = \frac{\omega_P}{\omega_k} = \frac{\omega_P \cdot r_k}{V_{\max}}$$

Чем «медленнее» главная передача (больше передаточное число  $i_0$ ), тем больше крутящий момент на колесе, следовательно, больше запас мощности, но меньше процент загрузки двигателя и экономичность автомобиля (см. рис.).

**Максимальной скорости автомобиль достигнет только при оптимальном  $i_0$ !!!** (на одном и том же двигателе).

#### Расчет оптимального $i_0$

*Исходные данные:*

- ∅  $P_{\max}$ ,  $\omega_P$  – максимальная мощность (нетто, т. е. уменьшенная в  $K_p$  раз) выбранного ДВС при угловой скорости коленвала;
- ∅ Размер шин (кинематический радиус при максимальной скорости);
- ∅ Сопротивления движению:
  - $f_0$ ,  $A_f$  – коэффициенты сопротивления качению;
  - $C_x$ ,  $A$  – параметры аэродинамического сопротивления;
  - $\eta_{тр}$  – КПД трансмиссии на прямой передаче.

Решение:

Находим  $V_{\max}$ , для чего составляем уравнение мощностного баланса:

$$P_{\max} \cdot \eta_{mp} = G_a \cdot f_0 (1 + A_f \cdot V^2) \cdot V + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A \cdot V^3.$$

Раскрываем скобки и группируем коэффициенты:

$$V^3 (G_a \cdot f_0 \cdot A_f + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A) + G_a \cdot f_0 \cdot V - P_{\max} \cdot \eta_{mp} = 0.$$

Приводим к каноническому виду (у старшей степени коэффициент равен 1):

$$V^3 + \kappa_1 \cdot V + \kappa_0 = 0,$$

где  $\kappa_0 = -\frac{P_{\max} \cdot \eta_{mp}}{\kappa_2}$ ;  $\kappa_1 = \frac{G_a \cdot f_0}{\kappa_2}$ ;  $\kappa_2 = G_a \cdot f_0 \cdot A_f + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A.$

По «формулам Кардано» найдем действительный корень кубического алгебраического уравнения [4, с. 168 – 169]:

$$V = \sqrt[3]{-\frac{\kappa_0}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{\kappa_0}{2} - \sqrt{D}},$$

где  $D = \left(\frac{\kappa_1}{3}\right)^3 + \left(\frac{\kappa_0}{2}\right)^2$ .

Для имеющихся шин вычисляем  $\omega_k$

$$\omega_k = \frac{V_{\max}}{r_k}.$$

Находим  $i_0$ :

$$i_0 = \frac{\omega_P}{\omega_k}.$$

*Примечание:*  $i_0$  рассчитано для  $i_{кп\_высш} = 1$ . В противном случае было найдено произведение  $i_{кп} \cdot i_0$ :

$$i_0 = \frac{\omega_P}{\omega_k \cdot i_{кп\_высш}}.$$

*Пример:* Рассчитать  $V_{\max}$  автомобиля УАЗ–452:  $G_a = 25774$  Н;  $f_0 = 0,018$ ;  $A_f = 3,47222 \cdot 10^{-4}$  с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>;  $C_x = 0,753$ ;  $A = 2,93$  м<sup>2</sup>;  $\rho_B = 1,202$  кг/м<sup>3</sup>;  $P_{\max} = 70$  л.с. = 51450 Вт;  $\eta_{тр} = 0,86$ .

*Решение:*

$\kappa_2 = 1,3529635$ ;  $\kappa_0 = -32703,76$ ;  $\kappa_1 = 342,9006$ ;  $D = 268877336$ ;

$V_{\max} = 28,42$  м/с = 102,3 км/ч.

### 4.5.3. Выбор передаточного числа первой передачи

На первой передаче автомобиль должен преодолевать максимальные дорожные сопротивления  $\psi$ . При минимальном дорожном сопротивлении автомобиль должен быстро разгоняться. В связи с этим, выполняют два расчета необходимой силы тяги на первой передаче: по заданному в техническом задании на проектирование автомобиля  $\psi_1$  и по условию буксования при разгоне в условиях малого дорожного сопротивления

$$F_T = F_\psi + F_u = G_a \cdot \psi + m_a \cdot \delta \cdot a.$$

Максимальное теоретически возможное ускорение (см. п. 3.5):

$a_{\max} = g \cdot \varphi_x$  – для полноприводного автомобиля;

$$a_{\max} = \frac{g \cdot \varphi_x \cdot L}{L \pm h_g \cdot \varphi_x},$$

где – «+» в знаменателе для переднеприводных автомобилей; «-» – для заднеприводных.

Связь тяги на колесах с максимальным моментом двигателя определяется выражением:

$$F_T = \frac{T_{\max} \cdot i_0 \cdot i_{кп} \cdot i_{pk} \cdot \eta_{mp}}{r_d}.$$

При преодолении максимального дорожного сопротивления силу тяги приравняем дорожному сопротивлению  $F_T = F_{\psi}$ . Откуда для первой передачи в КП получим:

$$i_1 = \frac{G_a \cdot \psi \cdot r_d}{T_{\max} \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}}.$$

Для второго расчета найдем крутящий момент двигателя, при котором автомобиль начнет пробуксовывать при заданном  $\varphi_x$ :

$$T_{\delta} > \frac{F_{T_{\max}}^{\varphi} \cdot r_d}{i_{mp}},$$

где  $F_{T_{\max}}^{\varphi}$  – максимальная по сцеплению сила тяги на ведущей оси:

$$F_{T_{\max}}^{\varphi} = \frac{G_i}{g} \cdot a_{\max},$$

где  $G_i = G_a$  для полноприводного (при этом второй сомножитель правой части неравенства равен 1),  $G_i = G_2$  для неполноприводного (нагрузка на ведущую ось).

Подставив ускорение  $a_{\max}$  в выражение для  $F_{T_{\max}}^{\varphi}$ , в итоге получим

$$T_{\delta} > \frac{G_i \cdot \varphi_x \cdot r_d}{i_1 \cdot i_{pk} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}} \cdot \frac{L}{L \pm h_g \cdot \varphi_x},$$

где «+» – переднеприводные автомобили; «-» – заднеприводные.

По внешней скоростной характеристике найдем диапазон скоростей двигателя, в котором  $T_e$  больше  $T_{\delta}$ . В этом диапазоне возможна пробуксовка ведущих колес.

#### 4.5.4. Выбор передаточных чисел коробки передач

Первая и главная передачи рассчитаны ранее.

Для улучшения динамической и топливно-экономической характеристик автомобиля необходимо ввести промежуточные передачи в КП.

Чем больше ступеней в КП, тем лучше характеристики автомобиля. Но количество ступеней ограничено временем переключения: чем меньше время переключения, тем больше может быть передач, тем больше средняя мощность, используемая при разгоне, тем лучше динамика.

С увеличением числа передач легче подобрать оптимальный режим работы двигателя для данной скорости движения в конкретных дорожных

условиях, следовательно, экономичность автомобиля улучшается.

При разгоне до 100 км/ч вполне достаточно иметь 4 передачи, до 200 км/ч – 6.

Наиболее распространенной методикой определения передаточных чисел промежуточных передач КП является разбивка по **геометрическому** ряду:

$$i_{kn} = \sqrt[n-k]{i_1^{n-k}},$$

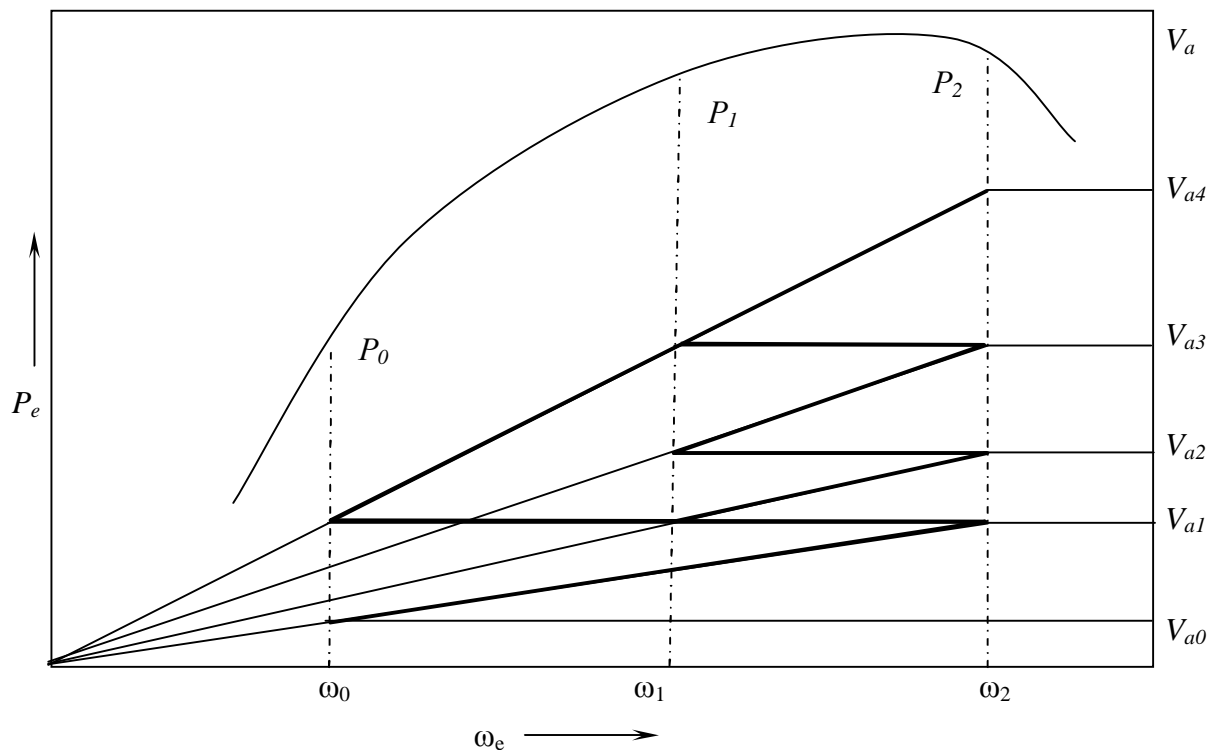
где  $n$  – номер *прямой* передачи;  $k$  – номер *рассчитываемой* передачи (можно включить в расчет и экономическую, но для последней лучше использовать свою методику расчета).

*Примечание:* Если в автомобиле есть раздаточная (дополнительная) коробка, то принимаем, что в ней включена прямая передача ( $i_{pk} = 1$ ). Если в РК высшая передача не является прямой (например, как у «Нивы»), то по вышеприведенной формуле будет получено общее передаточное число КП и РК (их произведение)  $i_{kn} \cdot i_{pk}$ .

### **Скоростная характеристика автомобиля на различных передачах**

*Справка для построения:*

1. Строим график  $V_i(\omega)$  на прямой передаче (произвольно) и  $P_e(\omega)$ .
2. Задаем диапазон скоростей двигателя  $\omega_1 - \omega_2$ .
3. Определяем  $V_{a3}$ . Строим  $V_{i-1}(\omega)$ .
4. Определяем  $i_{i-1}$ .
5. Повторяем п.3 и 4 несколько раз.



В случае 2-х ступенчатой КП при разгоне на 1-й передаче в интервале скоростей  $V_{a0} - V_{a1}$  скорость двигателя изменяется от  $\omega_0$  до  $\omega_2$ . При этом мощность двигателя изменяется от  $P_0$  до  $P_2$ . Если же имеются еще 2 промежуточные передачи, то диапазон скоростей сужается, разброс мощности уменьшается, растет динамика автомобиля.

Увеличение числа передач улучшает динамику. Автомобиль с бесступенчатой трансмиссией более динамичен по определению.

Разбивка по геометрическому ряду обеспечивает тождественность диапазонов скоростей работы двигателя на разных передачах (т. е. двигатель работает всегда в одном и том же диапазоне частот)

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{i_2}{i_3} = \frac{i_3}{i_4} = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}}.$$

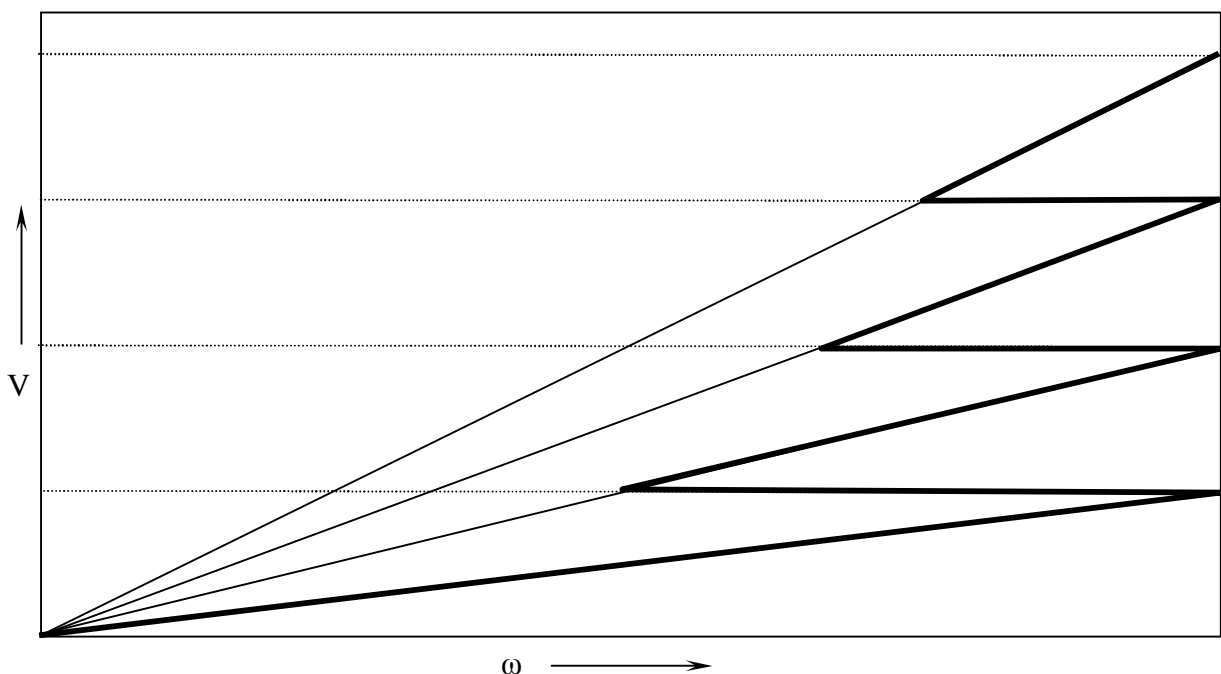
При проектировании зубчатого зацепления реальной КП ее передаточные числа неизбежно «деформируются». При этом желательно, чтобы высшие передачи сблизились:

$$\frac{i_1}{i_2} > \frac{i_2}{i_3} > \frac{i_3}{i_4}.$$

Существует альтернативная методика определения передаточных чисел КП – **гиперболическая** разбивка, при которой высшие передачи получаются сближенными сразу:

$$i_k = \frac{i_1}{1 + (k-1) \cdot \frac{i_1 - 1}{n-1}}.$$

Гиперболический ряд обеспечивает равенство диапазонов скоростей при разгоне.



№ в КП	УАЗ 452			VW Golf 5			Opel-Astra		
	Геометр	Гиперб	Завод	Геометр	Гиперб	Завод	Геометр	Гиперб	Завод
1	4,124	4,124	4,124	3,460	3,460	3,46	3,730	3,730	3,73
2	2,571	2,020248	2,641	2,288	1,901	1,96	2,405	1,953	1,96
3	1,604	1,337803	1,58	1,512	1,311	1,28	1,551	1,323	1,31
4	1	1	1	1	1	0,98	1	1	0,95

Как видно из таблицы, передаточные числа в КП УАЗа рассчитаны по геометрической прогрессии, а легковых иномарок – по гиперболической.

#### 4.5.5. Выбор передаточных чисел в дополнительной (раздаточной) коробке

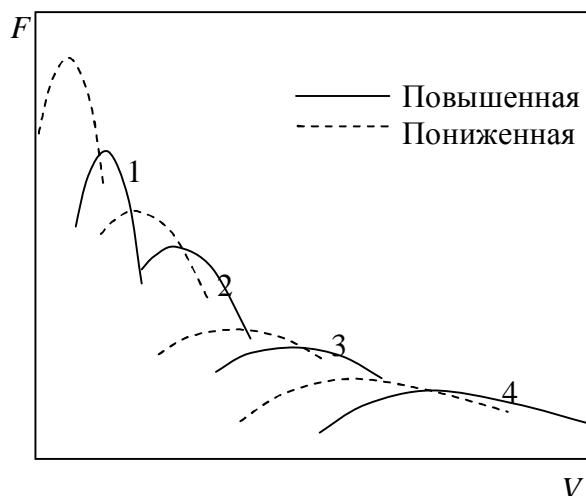
В трансмиссиях автомобилей передаточное отношение изменяется в КП, часто в раздаточной или дополнительной («делитель») коробках и, крайне редко, в главной передаче (**двухступенчатая** главная передача – не путать с **двойной** главной передачей!!!)

Передаточные числа в трансмиссии автомобиля (кроме КП) могут быть рассчитаны как минимум по трем принципам:

Ø **Спец. автомобили** – по технологическим соображениям требуется малая скорость  $V_{\min}$  движения, меньшая устойчивой скорости на 1 передаче:

$$i_{\text{дон}} = \frac{\omega_0 \cdot r_k}{i_1 \cdot i_0 \cdot V_{\min}}$$

Если на малой скорости требуется еще к малой скорости обеспечить и высокую тягу (например, грейдерование, перемещение неустойчивых или хрупких грузов), то вместо  $\omega_0$  необходимо подставить  $\omega_T$  или даже  $\omega_p$ .



Ø **Тяжелые грузовики** – для обеспечения высокой тяги во всем диапазоне скоростей требуется большое количество передач (12, 18, 24).

Расчет передаточных чисел трансмиссии тяжелых грузовиков выполняют по геометрическому ряду: рассчитывают ряд передаточных чисел КП.

Затем вычисляют передаточное



число пониженной передачи в дополнительной коробке

$$i_{\text{дон}} = \sqrt{\frac{i_1}{i_2}}.$$

При таком расчете передачи на пониженном ряде «попадают» в середину между передачами высшего ряда. Степень корня (в данном случае 2) определяется числом передач в дополнительной коробке.

**Ø Автомобили повышенной проходимости** – необходимо преодолевать высокое дорожное сопротивление. Однако большая тяга нужна только в диапазоне низких скоростей (в тяжелых дорожных условиях быстро не ездят). В этом случае необходимо рассчитать передаточное число первой передачи дважды (см. п. 4.5.3) для двух дорожных сопротивлений:

$\psi_{\text{max}}$  – максимальное дорожное сопротивление, которое автомобиль может преодолеть на первой в КП и пониженной в РК передачах;

$\psi_1$  – максимальное дорожное сопротивление, которое автомобиль может преодолеть на первой в КП и повышенной (прямой) в РК передачах.

Деление полученных передаточных чисел и даст искомое передаточное число демультипликатора (РК).

Передаточные числа в КП рассчитывают для **внедорожников** (рамные автомобили с зависимыми мостами, способные преодолеть серьезное бездорожье, но большие скорости им противопоказаны) по геометрическому ряду, а для **вседорожников** (*SUV – Sport Utility Vehicle* – «паркетники» с несущим кузовом – предназначены для езды по асфальту с редкими съездами на грунт) и кроссоверов (*crossover* – легковой полноприводный автомобиль с большим клиренсом, предназначенный для езды только по асфальту) по гиперболическому ряду (см. п. 4.5.4).

Возможен случай, когда повышенная передача в РК не является прямой. Например, при проектировании автомобиля «Нива» в целях унификации КП и редукторов задних мостов с «легковым» семейством высшая передача в РК получилась понижающей (1,2). Это связано с тем, что (из условия проходимости автомобиля) был увеличен радиус колес, из-за чего уменьшилась сила тяги. Кроме того, поднялся центр масс, сократилась база – всё это отрицательно сказалось на управляемости автомобиля на высоких скоростях, что и вынудило ввести понижающее передаточное число на высшей передаче в РК.

#### 4.5.6. Экономическая передача

Если необходимо лишь поддерживать некоторую скорость (не максимальную), для улучшения топливной экономичности применяют допол-

нительную передачу, как правило, ускоряющую. КПД такой передачи у трехвальных КП меньше, но потери компенсируются экономией топлива. Правильный выбор экономической передачи позволяет оптимизировать коэффициенты загрузки

$$P_{\text{эк}} = (0,7 \dots 0,8) \cdot P_{\text{max}}$$

и скорости двигателя

$$\omega_{\text{эк}} = (0,6 \dots 0,7) \cdot \omega_P.$$

Передачное число для экономической передачи выбирается так, чтобы на заданном скоростном режиме обеспечить топливную экономичность автомобиля:

1. Находим «экономичную» скорость:

$$k_2 = G_a \cdot f_0 \cdot A_f + 0,5 \cdot C_x \cdot \rho_e \cdot A;$$

$$k_1 = \frac{G_a \cdot f_0}{k_2};$$

$$k_0 = -\frac{P_{\text{эк}} \cdot \eta_{\text{мп}} \cdot K_p}{k_2},$$

где  $P_{\text{эк}}$  – мощность двигателя, при которой расходуется меньше всего топлива, например,  $P_{\text{эк}} = 0,75 \cdot P_{\text{max}}$ .

$$D = \left(\frac{k_1}{3}\right)^3 + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2;$$

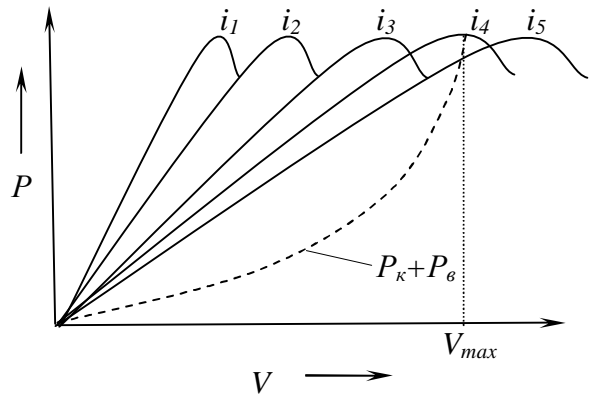
$$V_{\text{эк}} = \sqrt[3]{-\frac{k_0}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{k_0}{2} - \sqrt{D}}.$$

2. Находим  $i_{\text{эк}}$ :

$$i_{\text{эк}} = \frac{\omega_{\text{эк}} \cdot r_k}{V_{\text{эк}} \cdot i_0},$$

где  $\omega_{\text{эк}}$  – обороты двигателя, при которых расходуется меньше всего топлива, например,  $\omega_{\text{эк}} = 0,75 \cdot \omega_P$ .

Наибольшей экономичности автомобиля можно добиться, применяя бесступенчатую КП (CVT), но это весьма сложно: низкий КПД таких КП и сложный алгоритм до недавних пор сдерживал их применение. Однако в последнее время они находят все более широкое применение: *Honda CRV*, *Nissan Qashqai* и др. с коробкой CVT.



## Тема 5. Тяговый расчет автомобиля

### 5.1. Исходные данные для расчета

Для выполнения тягового расчета автомобиля необходимы следующие сведения о проектируемом автомобиле:

*Из технического задания:*

1. Максимальная скорость автомобиля  $V_{max}$ ;
2. Полная масса автомобиля  $G_a$ ;
3. Максимальное дорожное сопротивление  $\psi_{max}$  ( $\psi_1$ );
4. Динамический фактор на прямой передаче  $D_a$ ;

*Из характеристик автомобиля–прототипа:*

5. Габариты, в частности, высота  $H$  и колея автомобиля  $B$ ;
6. База автомобиля  $L$ ;
7. Координаты центра тяжести  $h_g$ ;
8. Снаряженная масса автомобиля  $G_0$ ;
9.  $C_x$  автомобиля;
10. Внешняя скоростная характеристика двигателя (или  $P_{max}$  при  $n_{max}$ ,  $T_{max}$  при  $n_T$ , или  $P_{max}$ ,  $K_T$ ,  $K_\omega$ )

*Кроме того, необходимы:*

11. Коэффициент сопротивления качению –  $f_0$  и  $A_f$ .
12. Коэффициент коррекции мощности двигателя  $K_p$ .

### 5.2. Весовая характеристика автомобиля

Полная масса автомобиля определяется снаряженной массой и массой полезного груза:

$$m_a = m_c + m_{п.}$$

Распределение массы по осям снаряженного автомобиля желательно 55/45 %. Полная масса автомобиля обычно распределяется 45/55 % (что плохо влияет на устойчивость и управляемость автомобиля, но улучшает тяговые свойства заднеприводных автомобилей).

Распределение веса по осям некоторых автомобилей, %

Автомобиль	Снаряженный		Полный	
	$m_{c1}$	$m_{c2}$	$m_{a1}$	$m_{a2}$
ЗАЗ 968	40	60	40	60
ВАЗ 2107	54	46	46	54
ГАЗ 24	53	47	48	52
ВАЗ 2121	60	40	48	52
УАЗ 469	54	46	42	58
УАЗ 452В	55	45	49	51
УАЗ 452Д	55	45	45	55

### 5.3. Предварительный выбор шин

Окончательно шины выбирают после расчета управляемости автомобиля.

1. Определяем максимальную статическую нагрузку на колесо:

$$G_{k1}=m_{a1}\cdot g/n_1; \quad G_{k2}=m_{a2}\cdot g/n_2;$$

где  $n_{1,2}$  – число передних или задних колес.

Выбираем наибольшую нагрузку на колесо.

2. По каталогам выбираем шины по грузоподъемности и скорости.

3. Определяем статический радиус колеса:

$$r_c = 0,5 \cdot d + \Delta \cdot B_k \cdot \lambda_{cm},$$

где  $\lambda_{cm} = 0,85 \dots 0,9$  – диагональные шины ЛА,  $\lambda_{cm} = 0,8 \dots 0,85$  – радиальные шины ЛА;  $d$  – посадочный диаметр шины;  $\Delta$  –  $H/B_k$  шины;  $H$ ,  $B_k$  – высота и ширина профиля шины.

### 5.4. Оценка КПД трансмиссии прототипа

При загрузке двигателя (трансмиссии) более 60 % КПД считают:

$$\eta_{mp} = 0,98^z \cdot 0,97^k \cdot 0,99^n,$$

где  $z$ ,  $k$ ,  $n$  – число соответственно прямозубых и косозубых передач, карданных шарниров.

При загрузке двигателя менее 60 % КПД считают:

$$\eta_{mp} = \left( 1 + 0,16 \cdot \ln \left( \frac{P_a}{P_e} \right) \right) \cdot 0,98^z \cdot 0,97^k \cdot 0,99^n.$$

### 5.5. Необходимая мощность двигателя

#### 5.5.1. Мощность двигателя по максимальной скорости автомобиля

Искомый параметр определяем из мощностного баланса:

$$P_e^{\max} = \frac{G_a \cdot f_k \cdot V_{\max} + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_e \cdot A \cdot V_{\max}^3}{\eta_{mp} \cdot K_p},$$

где  $V_{\max}$  – максимальная расчетная скорость автомобиля;  $f_k$  – коэффициент сопротивления качению при максимальной скорости.

### 5.5.2. Мощность двигателя по динамическому фактору на высшей передаче

Высшей передачей называют передачу, на которой достигается  $V_{max}$ .

Автомобиль, двигаясь на оптимальной скорости, должен обладать достаточным запасом мощности для безопасного выполнения маневров (например, обгонов), не переключаясь на пониженные передачи. Это возможно, если двигатель автомобиля работает на режиме максимального крутящего момента. Способность автомобиля разогнаться на этом режиме оценивают с помощью  $D_a$  – максимального динамического фактора на высшей (прямой) передаче.

Найдем скорости двигателя и автомобиля при  $T_{max}$ :

$$\omega_T = \frac{\omega_p}{K_\omega}; \quad V_{T_{max}} = \frac{V_{max}}{K_\omega}.$$

Найдем необходимую мощность двигателя при заданном  $D_a$ :

$$P_D = P_{T_{max}} = \frac{G_a \cdot D_a \cdot V_{T_{max}} + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V_{T_{max}}^3}{1000 \cdot \eta \cdot K_p}.$$

Пересчитаем мощность на максимальную с помощью полинома, принятого для описания ВСХ (в данном случае третьей степени):

$$P_e^{max} = \frac{P_{T_{max}}}{\left[ a \cdot \left( \frac{1}{K_\omega} \right) + b \cdot \left( \frac{1}{K_\omega} \right)^2 + c \cdot \left( \frac{1}{K_\omega} \right)^3 \right]}.$$

Окончательно выбираем наибольшую из рассчитанных в пп. 5.6.1 и 5.6.2 мощностей  $P_e^{max}$ .

### 5.5.3. Мощность двигателя грузовых автомобилей

Считается, что наиболее оптимальная скорость движения грузовика  $V_{onm} = 80$  км/ч. Мощность, необходимая для его равномерного движения:

$$P_e^{min} = \frac{G_a \cdot \psi \cdot V_{onm} + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V_{onm}^3}{\eta_{mp}}.$$

Принимают, что для обеспечения достаточной динамичности автомобиля на этой скорости необходимо обеспечить 30 %-й запас мощности

$$P_e^{ном} = 1,3 \cdot P_e^{min}.$$

Принимают также, что при этом двигатель должен иметь угловую скорость на уровне 60 % от максимальной. Тогда максимальную мощность двигателя найдем с помощью полинома третьей степени при  $\omega_e = 0,6 \omega_p$ :

$$P_e^{max} = \frac{P_e^{ном}}{\left[ a \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right) + b \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^2 + c \cdot \left( \frac{\omega_e}{\omega_p} \right)^3 \right]} = \frac{P_e^{ном}}{[a \cdot 0,6 + b \cdot 0,6^2 + c \cdot 0,6^3]}.$$

### 5.6. Определяем главную передачу

Ускоряющие (экономические) передачи не учитываем.

$$i_0 = \frac{\omega_p \cdot r_c}{V_{max}},$$

где  $\omega_p$  – максимальная угловая скорость ведущего вала главной передачи (если  $i_{кп} = i_p = 1$ , то эта скорость равна скорости коленвала двигателя при максимальной мощности),  $c^{-1}$ .

Если  $V_{max}$  достигается не на прямой передаче в КП или в РК, то полученное значение нужно разделить на соответствующее  $i$ .

### 5.7. Определяем первую передачу

$$i_1 = \frac{G_a \cdot \psi \cdot r_d}{T_e^{max} \cdot i_0 \cdot \eta_{mp}}.$$

(Если есть демультипликатор – см. п. 4.5.5)

$$\psi = f_{max} \cdot \cos \alpha_{max} + \sin \alpha_{max},$$

где  $\alpha_{max}$  – максимальный преодолеваемый подъем, град.

Нежелательно, чтобы автомобиль буксовал на первой передаче на сухом асфальте ( $\phi_x = 0,8$ ), следовательно

$$i_1 \leq \frac{G_i \cdot \phi_x \cdot r_d}{T_e^{max} \cdot \eta_{mp} \cdot i_0} \cdot \frac{L}{L \pm h_g \cdot \phi_x} \quad (\text{см. п. 4.5.3}).$$

Для того, чтобы автомобиль не был «вялым»,  $T_e^{max}$  в вышеприведенной зависимости можно уменьшить на 10...30 %.

### 5.8. Определяем передаточные числа КП

Рассчитываем передаточные числа по двум зависимостям

$$i_k = \sqrt[n-k]{i_1^{n-k}} ; \quad i_k = \frac{i_1}{1 + (k-1) \cdot \frac{i_1 - 1}{n-1}} .$$

Оценивая динамику и топливную экономичность автомобиля с разными КП, корректируем передаточные числа коробки.

Экономическую передачу считаем по п. 4.5.6.

## Тема 6. Проходимость автомобиля

Автомобили по проходимости классифицируют:

- Ø Дорожные 4×2; 6×2; 6×4; 8×4; Удельная мощность 9,5...20 кВт/т; давление на грунт  $p = 0,15...0,35$  МПа.
- Ø Повышенной проходимости 4×4; 6×6; 15...30 кВт/т;  $p = 0,04...0,1$  МПа.
- Ø Высокой проходимости 8×8; 10×10; 25...40 кВт/т;  $p < 0,02$  МПа.

Проходимость бывает профильной и опорной.

### 6.1. Профильная проходимость

#### 6.1.1. Общие требования

*Профильная проходимость* характеризует возможность автомобиля преодолевать неровности пути, препятствия и вписываться в требуемую полосу движения.

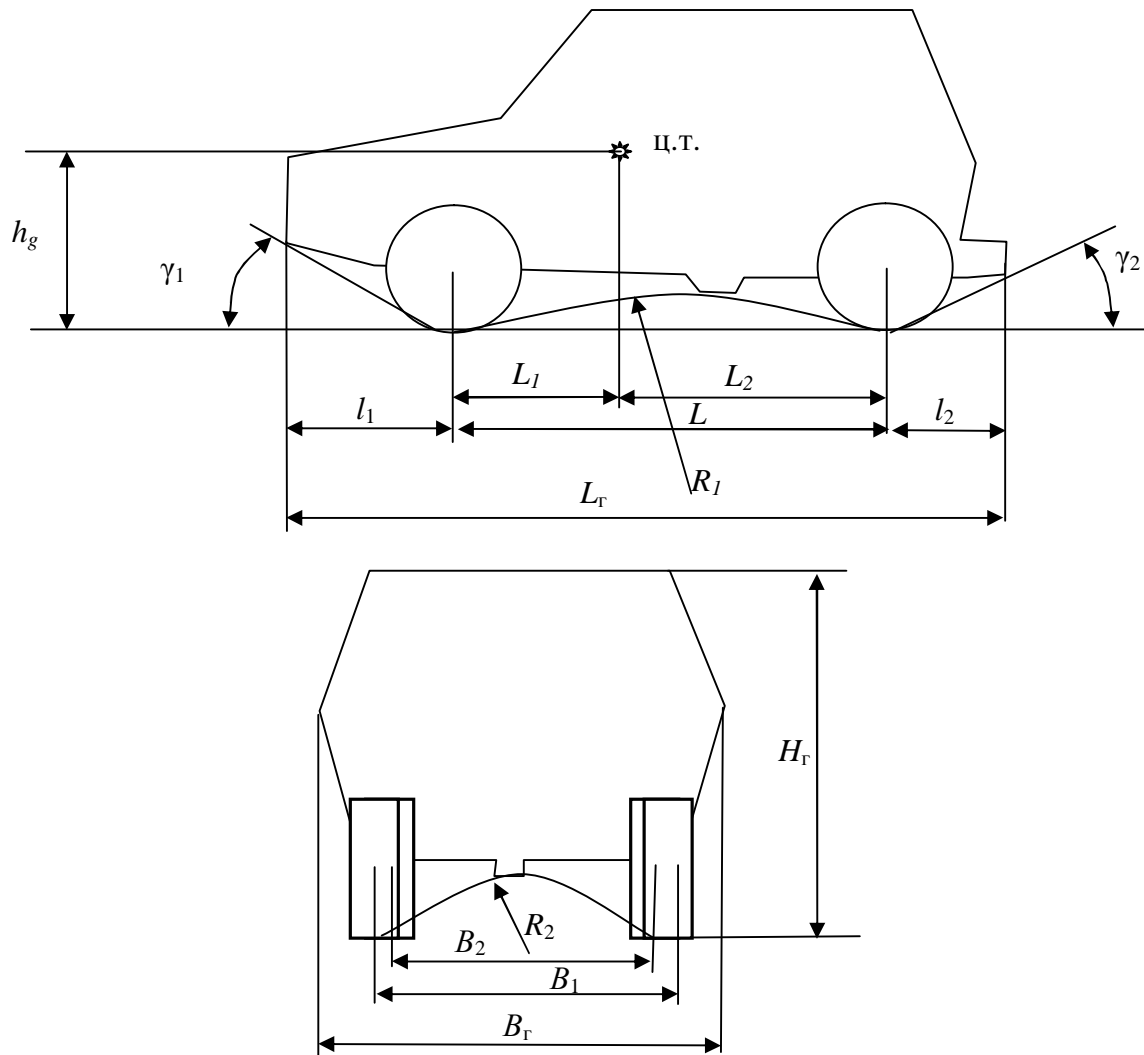
Оценочные показатели профильной проходимости заданы ГОСТ 22653-77, 2349-75 и 12105-74, а также правилами ЕЭК ООН № 55 и № 102:

1. Дорожный просвет (клиренс);
2. Передний  $l_1$  и задний  $l_2$  свесы;
3. Углы переднего  $\gamma_1$  и заднего  $\gamma_2$  свесов;
4. Продольный радиус проходимости  $R_1$ ;
5. Наибольший угол преодолеваемого подъема  $\alpha$ ;
6. Наибольший угол преодолеваемого косогора  $\beta$ ;
7. Углы гибкости автопоезда;

Кроме того применяют:

8. Ширина преодолеваемого рва;
9. Высота преодолеваемого эскарпа (стенки);
10. Глубина преодолеваемого брода;
11. Поперечный радиус проходимости  $R_2$ ;
12. Угол перекоса мостов (диагональное вывешивание);
13. Коэффициент совпадения следов передних и задних колес.





$L_1, L_2, h_g$  – координаты центра тяжести;  
 $B_{1,2}$  – колея передних и задних колес.

Ширина колеи, шины и клиренс автомобиля определяют дорожную колею, по которой может проехать автомобиль.

Клиренс легковых и грузовых автомобилей обычно составляет 150...220 мм;

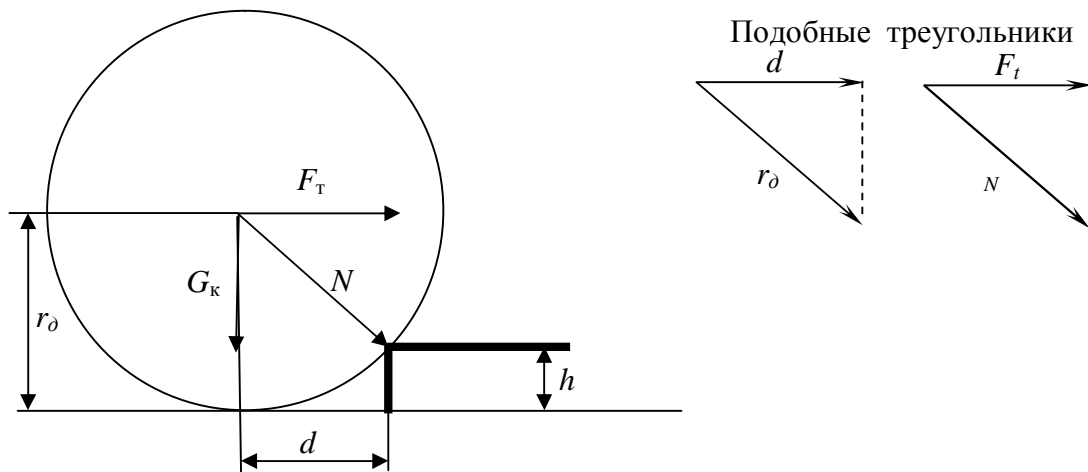
Повышенной проходимости – 240...400 мм; у сельхоз и военных машин – до 500 мм.

Клиренс прицепа не должен быть меньше клиренса тягача.

*Углы переднего и заднего свесов, град*

Свес	ГА	Автобусы	ЛА	Повышенной	Высокой
Передний, $\gamma_1$	40...60	10...40	20...30	>30	60...70
Задний, $\gamma_2$	25...45	6...20	15...20	>30	50...60

### 6.1.2. Преодоление эскарпа с места неведущим колесом



Сумма моментов относительно точки контакта колеса с порогом:

$$F_T(r_0 - h) - G_k \cdot d = 0.$$

Из подобия треугольников имеем:

$$\frac{d}{r_0} = \frac{F_T}{N} \quad \text{откуда} \quad d = r_0 \cdot \frac{F_T}{N}.$$

$$N = \sqrt{G_k^2 + F_T^2}.$$

Подставим последние 2 уравнения в первое

$$F_T \cdot r_0 - F_T \cdot h - G_k \cdot r_0 \cdot \frac{F_T}{\sqrt{F_T^2 + G_k^2}} = 0 \quad \text{откуда, сократив } F_T, \text{ получим}$$

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{G_k}{\sqrt{F_T^2 + G_k^2}} \right)$$

$$\text{Учитывая} \quad G_k = G_a \cdot (1 - k_{cy})$$

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{G_a \cdot (1 - k_{cy})}{\sqrt{F_T^2 + G_k^2}} \right),$$

где  $k_{cy}$  – коэффициент сцепного веса (доля веса автомобиля на ведущих колесах).

При максимальном использовании сцепных свойств колес

$$F_m = G_a \cdot k_{cy} \cdot \varphi$$

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{1 - k_{cy}}{\sqrt{k_{cy}^2 \cdot \varphi^2 + (1 - k_{cy})^2}} \right).$$

Пример:

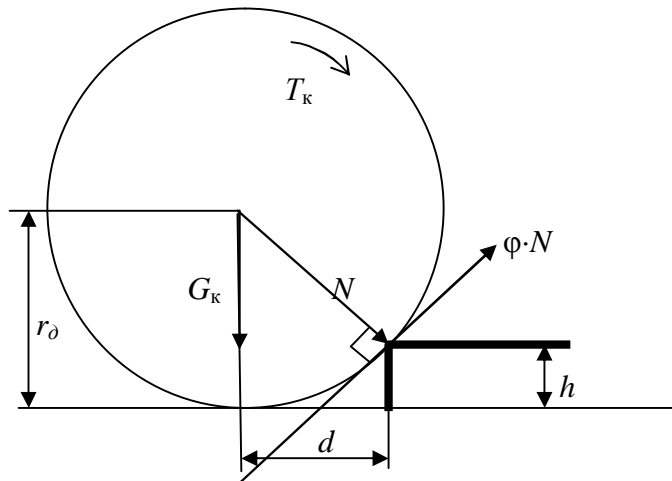
Автомобиль 4×2,  $k_{cy} = 0,5$ ,  $\varphi = 0,8$

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{1 - 0,5}{\sqrt{0,5^2 \cdot 0,8^2 + (1 - 0,5)^2}} \right) = 0,22 \cdot r_0.$$

На дороге с  $\varphi = 0,6$   $h = 0,14 \cdot r_0$ .

Вывод: Высота преодолеваемого порога (эскарпа) **намного** меньше радиуса колеса.

### 6.1.3. Преодоление эскарпа с места ведущим колесом



Сумма моментов относительно угла эскарпа:

$$T_k - G_k \cdot d = 0 \quad (1)$$

Крутящий момент на колесе ограничен сцеплением:

$$T_k = N \cdot \varphi \cdot r_k \quad (2)$$

Из треугольника  $G_k - N - \varphi \cdot N$

$$N = G_k \cdot \cos \beta; \quad (3)$$

Из треугольника  $G_k - N - d$  или  $r_k - d - (r_k - h)$  имеем:

$$\cos \beta = \frac{r_k - h}{r_k} \quad (4)$$

$$d = \sqrt{r_k^2 - (r_k - h)^2} \quad (5)$$

Подставим (4) в (3), (3) в (2), а (2) и (5) в (1) получим:

$$G_k \cdot (r_0 - h) \cdot \varphi - G_k \cdot \sqrt{r_k^2 - (r_k - h)^2} = 0,$$

откуда

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \right)$$

Для дороги с  $\varphi = 0,8$  получим  $h = 0,219 r_0$ ,

а при  $\varphi = 0,6$  получим  $h = 0,142 r_0$ .

### 6.1.4. Преодоление эскарпа с места полноприводным автомобилем

На колеса действуют и крутящий момент и толкающая сила:

$$F_T(r_\partial - h) + T_k - G_k \cdot d = 0$$

$$F_T(r_\partial - h) + N \cdot \varphi \cdot r_\partial - G_k \cdot d = 0$$

Обозначим

$$K_2 = G_2 / G_a.$$

Тогда

$$G_I = G_a \cdot (1 - K_2)$$

$$F_{TI} = G_a \cdot K_2 \cdot \varphi.$$

Учитывая, что  $N = F_{TI} \cdot \sin \beta + G_I \cdot \cos \beta$ ,

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{r_\partial^2 + (r_\partial - h)^2}}{r_\partial}, \quad \cos \beta = \frac{r_\partial - h}{r_\partial}.$$

После подстановок получим для передних колес:

$$h = r_\partial \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\left( 1 + \frac{((1 - K_2) \cdot \varphi + K_2 \cdot \varphi)^2}{((1 - K_2) - K_2 \cdot \varphi^2)^2} \right)}} \right).$$

Для задних колес изменяется знаменатель под корнем:

$$h = r_\partial \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\left( 1 + \frac{(K_2 \cdot \varphi + (1 - K_2) \cdot \varphi)^2}{(K_2 - (1 - K_2) \cdot \varphi^2)^2} \right)}} \right).$$

Если развесовка одинаковая, то  $h$  будет одинаковая. В противном случае выбираем меньшее.

*Пример:*

Для дороги с  $\varphi=0,8$  получим  $h=0,78 r_\partial$ ,

а при  $\varphi=0,6$  получим  $h=0,52 r_\partial$ .

а при  $\varphi=0,4$  получим  $h=0,284 r_\partial$ .

### 6.1.5. Динамическое преодоление эскарпа

При динамическом преодолении эскарпа ограничителем служит прочность подвески, а не сила тяги ведущей оси (схема привода и  $\varphi$  роли не играют): обычно принимают  $F_T = \gamma G_a$ , где  $\gamma_n = 2$

$$h_1 = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{1 - K_2}{\sqrt{\gamma_n^2 + (1 - K_2)^2}} \right).$$

Начальную скорость, с которой автомобиль преодолевает порог с использованием силы инерции, определим из условия равенства энергии: кинетическая энергия автомобиля затрачивается на подъем автомобиля на высоту  $h$ . Если принять, что после въезда задней оси автомобиль остановится, то:

$$\frac{G_a \cdot V_{нач2}^2}{2 \cdot g} = G_a \cdot K_2 \cdot h, \quad \text{откуда} \quad V_{нач2} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot K_2}, \quad \text{м/с}.$$

Первая ось должна иметь (при преодолении порога) большую скорость:

$$\frac{G_a \cdot V_{нач1}^2}{2 \cdot g} - \frac{G_a \cdot V_{нач2}^2}{2 \cdot g} = G_a \cdot (1 - K_2) \cdot h, \quad \text{откуда}$$

$$V_{нач1} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot (1 - K_2) + V_{нач2}^2}, \quad \text{м/с}.$$

*Пример:*

$$K_2 = 0,5; \quad \gamma = 2.$$

Тогда

$$h = r_0 \cdot \left( 1 - \frac{0,5}{\sqrt{4 + 0,25}} \right) = 0,76 \cdot r_0.$$

$$\text{Примем} \quad r_0 = 0,3 \text{ м},$$

тогда

$$V_{нач2} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,76 \cdot 0,3 \cdot 0,5} = 1,5 \text{ м/с} = 5,4 \text{ км/ч},$$

$$V_{нач1} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,76 \cdot 0,3 \cdot 0,5 + 1,5^2} = 2,12 \text{ м/с} = 7,6 \text{ км/ч}.$$

Самостоятельно изучить влияние деформации шины на высоту преодолеваемого эскарпа [2].

## 6.2. Опорная проходимость

Механика грунтов – наука, занимающаяся исследованием несущей способности грунтов.

*Классификация грунтов по составу:*

Грунт		Содержание глинистых частиц (частицы, размером до 0,005 мм), %
Связанные	Глина	30
	Суглинок	30...12
	Супесь	12...3
Сыпучие	Песок	Менее 3

*Размеры частиц грунта:*

- ∅ Глинистые грунты – до 0,005 мм
- ∅ Пылеватые грунты – 0,005...0,05 мм
- ∅ Песчаные грунты – 0,05...2,0 мм

Кроме того, существуют еще и торф, ил и т. д.

*Характеристики грунтов:*

- ∅ Абсолютная влажность – отношение массы воды к массе сухого вещества.
- ∅ В зависимости от влажности грунты могут быть:
  - Твердыми (характеризуется пределом пластичности  $W_n$ );
  - Пластичными (характеризуется пределом текучести  $W_T$ );
  - Текучими.
- ∅ Относительная влажность (степень влажности, коэффициент водонасыщенности) – отношение влажности (содержание влаги) к полной влагоемкости грунта при данной пористости.

При незначительной влажности связность грунта возрастает. Дальнейшее увеличение влажности только снижает связность.

*Примечание:* По песчаному пляжу на легковом автомобиле можно ехать только по влажному песку, на сухом – автомобиль «зарывается», но остановка на мокром песке вблизи полосы прибоя ведет к погружению колес в песок.

- ∅ Пористость – отношение объема пор к объему «скелета»:
  - Пашня (разрыхленные грунты);
  - Задернованные (стерня, луг);
  - Уплотненные (грунтовая дорога).

Снег сильно меняет свои свойства в зависимости от внешних условий.

- ∅ Плотность.

*Механические характеристики грунтов:*

- Нормальная деформируемость;
- Касательная деформируемость.

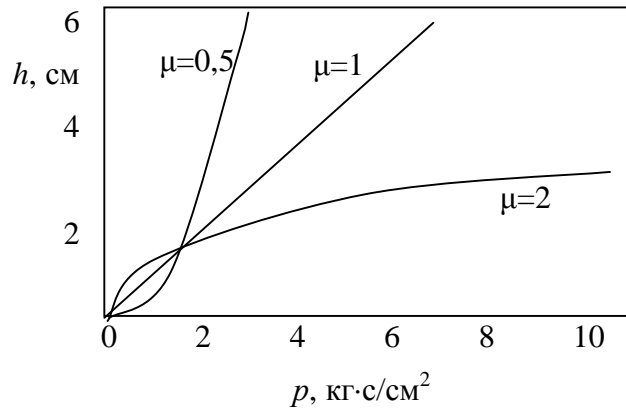
Нормальная и касательная деформируемости тесно связаны между собой для всех грунтов, кроме песка.

**Глубина колеи  $h$**  (деформации) в грунте под действием давления  $p$  определяется по эмпирической зависимости Летьшнева:

$$p = C_0 \cdot h^\mu, \quad (p, [\text{кг} \cdot \text{с} / \text{см}^2]; h, [\text{см}]),$$

где  $C_0$  – коэффициент осадки;  $\mu$  – коэффициент уплотнения.

$$\text{Или} \quad h = \sqrt[\mu]{\frac{p}{C_0}}.$$



**Коэффициент сопротивления качению колеса по деформируемому грунту:**

$$f_{кз} = \frac{3}{(\mu + 1) \cdot (3 - \mu)} \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot r_0}}$$

Давление на грунт в первом приближении принимают равным давлению в шине.

**Коэффициент уплотнения  $\mu$**

Влажность (состояние)	1 (текущее)	0,5 (пластичное)	Менее 0,5 (уплотняющееся)	
$\mu =$	0	0,5	1	1...2
Пример	Грязь (жидкая)	Пластичный связанный грунт, сухой песок	Сухой связанный грунт	Рыхлый уплотняющийся грунт

**Коэффициент осадки  $C_0$**

Грунт	Относительная влажность		
	0,5	0,5...1	1
Песок	1,0...1,5	—	—
Супесь	10...15	2...6	0,5...1
Суглинок		1...5	
Глина	15...20	1...2	

Свойство грунта сопротивляться горизонтальному сдвигу под действием касательной реакции в зоне сцепления с колесом (сцепные свойства грунта) определяют по зависимости Кулона:

$$\tau = p \cdot \operatorname{tg} \rho + C_r$$

где  $\tau$  – удельное сопротивление грунта сдвигу, кг·с/см<sup>2</sup>;  $p$  – давление на грунт, кг·с/см<sup>2</sup>;  $\rho$  – угол внутреннего трения грунта;  $C_r$  – удельное сопротивление грунта сдвигу (срезу), кг·с/см<sup>2</sup>. Заменим  $f_z = \operatorname{tg} \rho$  – коэффициент внутреннего трения грунта.

**Найдем коэффициент сцепления колеса с грунтом.**

1. Напряжение среза грунта

$$\tau = \frac{R_x}{S},$$

где  $S$  – площадь пятна контакта.

2. Давление на грунт

$$p = \frac{R_z}{S}.$$

3. Преобразуем зависимость Кулона, поделив на  $p$ :

$$\tau \cdot \frac{1}{p} = \operatorname{tg} \rho + \frac{C_z}{p}.$$

4. Заменяем в левой части  $\tau$  и  $p$ 

$$\frac{R_x}{S} \cdot \frac{S}{R_z} = \operatorname{tg} \rho + \frac{C_z}{p}.$$

5. Учитывая, что  $R_x/R_z = \varphi_r$  (коэффициент сцепления на грунте) и  $\operatorname{tg} \rho = f_z$  (коэффициент внутреннего трения грунта), окончательно получим:

$$\varphi_z = f_z + \frac{C_z}{p}.$$

**Коэффициенты сцепных свойств грунта**

Грунт	Влажность $W$							
	$W < W_n$		$W = W_n$		$W = 0,6W_T$		$W = W_T$	
	$f_z$	$C_z$	$f_z$	$C_z$	$f_z$	$C_z$	$f_z$	$C_z$
Песок	0,62	–	–	–	0,58	–	–	–
Супесь	0,51	0,45	0,42	0,35	0,37	0,2	0,3	0,08
Суглинок	0,42	0,8	0,36	0,6	0,27	0,25	0,2	0,11
Глина	0,28	1,12	0,2	0,75	0,18	0,4	0,05	0,1

– грунт не пластичен

**Пример:**

Легковой автомобиль ( $m_a = 1450$  кг;  $K_{cu} = 0,5$ ;  $p = 2$  кг·с/см<sup>2</sup>;  $r_c = 30$  см) движется по рыхлому грунту ( $\mu = 0,5$ ;  $C_0 = 1$ ;  $C_z = 0,1$ ;  $f_z = 0,2$ ).

Глубина колеи:

$$h = \mu \sqrt{\frac{p}{C_0}} = 0,5 \sqrt{\frac{2}{1}} = 1 \text{ см}.$$

Коэффициент сопротивления грунта качению:

$$f_{kz} = \frac{3}{(\mu + 1) \cdot (3 - \mu)} \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot r_k}} = \frac{3}{(0,5 + 1) \cdot (3 - 0,5)} \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 30}} = 0,207.$$

Сила сопротивления качению по грунту:

$$F_k = G_a \cdot f_{kz} = 14500 \cdot 0,207 = 3000 \text{ Н}.$$

Коэффициент сцепления колес по условию среза грунта:

$$\varphi = f_z + C_z/p = 0,2 + 0,1 / 2 = 0,25.$$



Предельная сила тяги на грунте:

$$F_T = G_a \cdot K_{cu} \cdot \varphi = 14500 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 1810 \text{ Н.}$$

$F_k > F_T$  – движение невозможно.

Рассмотрим пути повышения проходимости.

а) «СНИЗИМ ДАВЛЕНИЕ до 1 атм»

тогда  $h = 1 \text{ см}$ ;  $f_{k2} = 0,103$ ;  $F_k = 14500 \cdot 0,103 = 1490 \text{ Н}$ ;  $\varphi = 0,3$ ;  $F_T = 2175 \text{ Н}$ .

$F_k < F_T$  – движение возможно.

б) «УВЕЛИЧИМ СЦЕПНОЙ ВЕС» (включим передний мост)

$$F_T = 14500 \cdot 1 \cdot 0,25 = 3625 \text{ Н.}$$

$F_k < F_T$  – движение возможно.

### 6.3. Влияние дифференциалов на проходимость

#### 6.3.1. Симметричный дифференциал

При движении автомобиля в трудных дорожных условиях велика возможность попадания колес на участки дорог с разным коэффициентом сцепления. В этом случае симметричный дифференциал снижает проходимость автомобиля, т. к. перераспределяет крутящий момент в пользу колеса, испытывающего *наименьшее* сопротивление качению:

$$R_x' = 0,5 \cdot R_{z2} \cdot \varphi_{\min}. \quad \text{момент } T' = R_x' \cdot r_d.$$

На втором колесе момент будет равен моменту первого (дифференциал уравнивает моменты):

$$T = T' \quad \text{откуда } R_x'' = T' / r_d.$$

**Фактическая касательная реакция колеса**

$$R_{x2} = R_x' + R_x'' = R_{z2} \cdot \varphi_{\min}.$$

**Потенциальная возможность колеса** по реализации касательной реакции второго колеса:

$$R_x'' = 0,5 \cdot R_{z2} \cdot \varphi_{\max}.$$

Таким образом, потенциальные возможности оси определяются средним коэффициентом сцепления колес:

$$R_x = R_x' + R_x'' = R_{z2} \cdot (\varphi_{\min} + \varphi_{\max}) / 2.$$

Простой симметричный дифференциал уменьшает суммарную касательную реакцию в  $\gamma_x$  раз:

$$\gamma_x = \frac{\varphi_{\max} + \varphi_{\min}}{2 \cdot \varphi_{\min}}.$$

$$T_0 = T' + T''.$$

СУЩЕСТВУЮТ 3 способа борьбы с «недостатком» дифференциала:

1. Применение дифференциалов с повышенным внутренним трением (дифференциал повышенного трения, например, червячный, кулачковый, с фрикционными шайбами: Торсен, Квайф, Халдекс);
2. Применение вместо дифференциала сдвоенной муфты свободного хода;
3. Принудительная блокировка дифференциала.

### 6.3.2. Дифференциал повышенного трения

Если учесть трение в дифференциале, то мощность  $P_0$ , подведенная к дифференциалу разделяется на три потока: на забегающую  $P^{\cdot}$  и отстающую  $P^{\ddot{}}$  полуосевые шестерни, а также рассеивается в виде теплоты. Мощностной баланс дифференциала повышенного трения выглядит следующим образом

$$P_0 = P^{\cdot} + P^{\ddot{}} + P_r.$$

$$\text{Т. к. } P_0 = T_0 \cdot \omega_0; \quad P^{\cdot} = T^{\cdot} \cdot \omega^{\cdot}; \quad P^{\ddot{}} = T^{\ddot{}} \cdot \omega^{\ddot{}}.$$

Мощность внутреннего трения представляет собой произведение момента внутреннего трения на разницу частот вращения полуосей:

$$P_r = T_r \cdot (\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}}).$$

Мощностной баланс дифференциала примет вид:

$$T_0 \cdot \omega_0 = T^{\cdot} \cdot \omega^{\cdot} + T^{\ddot{}} \cdot \omega^{\ddot{}} + T_r \cdot (\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}}).$$

Обычно дифференциал обеспечивает постоянную связь частот в механизме:  $\omega_0 = \frac{\omega^{\cdot} + \omega^{\ddot{}}}{2}$ . Поэтому выразим момент на отстающей полуоси через подведенный момент и момент на забегающем колесе:  $T^{\ddot{}} = T_0 - T^{\cdot}$  и подставим его в мощностной баланс:

$$T_0 \cdot \omega_0 = T^{\cdot} \cdot \omega^{\cdot} + (T_0 - T^{\cdot}) \cdot \omega^{\ddot{}} + T_r \cdot (\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}}).$$

$$T^{\cdot} = T_0 \frac{\omega_0 - \omega^{\ddot{}}}{\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}}} - T_r.$$

Подставив  $\omega_0 = \frac{\omega^{\cdot} + \omega^{\ddot{}}}{2}$ , получим

$$T^{\cdot} = T_0 \frac{\frac{\omega^{\cdot} + \omega^{\ddot{}}}{2} - \omega^{\ddot{}}}{\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}}} - T_r = T_0 \frac{\omega^{\cdot} + \omega^{\ddot{}} - 2 \cdot \omega^{\ddot{}}}{2 \cdot (\omega^{\cdot} - \omega^{\ddot{}})} - T_r.$$

Окончательно получим

$$T^{\wedge} = 0,5 \cdot T_0 - T_r \text{ и } T^{\wedge\wedge} = 0,5 \cdot T_0 + T_r.$$

Таким образом, момент трения в дифференциале увеличивает момент на отстающем колесе и уменьшает на забегающем.

### *Оценка блокирующих свойств дифференциалов*

Исторически сложились три коэффициента блокировки:

1.  $K_{\bar{\omega}1} = \frac{T_r}{T_0} \cdot K_{\bar{\omega}1} = 0 \dots 1$
2.  $K_{\bar{\omega}2} = \frac{T^{\wedge}}{T_0} \cdot K_{\bar{\omega}2} = 0,5 \dots 1$
3.  $K_{\bar{\omega}} = \frac{T^{\wedge\wedge}}{T^{\wedge}} \cdot K_{\bar{\omega}} = 1 \dots \infty$

Третий коэффициент (наиболее удобный) получил более широкое применение.

Если принять, что максимальное значение коэффициента сцепления с дорогой  $\varphi_{max} = 0,8$ , а минимальное  $\varphi_{min} = 0,1$ , то максимальное значение коэффициента блокировки не должно превышать 8. В реальных дорожных условиях  $\varphi_{max} = 0,6$  и  $\varphi_{min} = 0,15$ . Таким образом,  $K_{\bar{\omega}} = 4$ . Такой коэффициент у кулачкового дифференциала ГАЗ–66.

Однако при диагональном вывешивании колес такой дифференциал не поможет. Нужен  $K_{\bar{\omega}} = 8 \dots 10$  и даже до 12.

### *КПД дифференциала повышенного трения*

КПД дифференциала определяется отношением снятой и подведенной мощностей:

$$\eta = \frac{P_0 - P_r}{P_0}.$$

В большинстве механизмов момент внутреннего трения пропорционален подведенному моменту:  $T_r = A \cdot T_0$ , где  $A$  – коэффициент пропорциональности (который и надо найти).

$$P_r = A \cdot T_0 \cdot (\omega^{\wedge} - \omega^{\wedge\wedge}).$$

Введем обозначение  $i = \frac{\omega^{\wedge}}{\omega^{\wedge\wedge}}$  – отношение угловых скоростей полуосевых шестерен дифференциала.

$$\text{Тогда } \omega^{\wedge} - \omega^{\wedge\wedge} = \omega^{\wedge} \cdot (1 - i).$$

$$\text{Так как } \omega^{\wedge} + \omega^{\wedge\wedge} = 2 \cdot \omega_0, \text{ то } \omega_0 = \omega^{\wedge} \cdot 0,5 \cdot (1 - i).$$

Учитывая ранее полученные  $T^{\wedge} = 0,5 \cdot T_0 - T_r$  и  $T^{\vee} = 0,5 \cdot T_0 + T_r$ , подставив в них  $T_r$ , получим

$$T^{\wedge} = 0,5 \cdot T_0(1 - 2A) \text{ и } T^{\vee} = 0,5 \cdot T_0(1 + 2A).$$

Поделим  $T^{\vee}$  на  $T^{\wedge}$  получим:

$$K_{\delta l} = \frac{1 + 2 \cdot A}{1 - 2 \cdot A}. \text{ Откуда } A = \frac{K_{\delta l} - 1}{2(K_{\delta l} + 1)}.$$

Окончательно получим:

$$\eta = 1 - \frac{K_{\delta l} - 1}{K_{\delta l} + 1} \cdot \frac{i - 1}{i + 1}.$$

*Пример:*

Вездеход поворачивает  $R = 30$  м, колея  $B = 1,7$  м.

$$i = (R + 0,5 \cdot B) / (R - 0,5 \cdot B).$$

$i = 1,06$ . Если  $K_{\delta l} = 8$ , то КПД

$$\eta = 1 - \frac{8 - 1}{8 + 1} \cdot \frac{1,06 - 1}{1,06 + 1} = 0,9773.$$

Если  $R = 5$  м, то  $\eta = 0,868$ .

Таким образом, КПД дифференциалов повышенного трения достаточно высок.

#### **6.4. Принудительная блокировка дифференциалов**

Конструктивное исполнение жесткой блокировки дифференциала существенно проще и технологичнее дифференциала повышенного трения. Однако автомобиль со всеми заблокированными дифференциалами становится практически *неуправляемым!!!* Кроме того, применение жесткой блокировки приводит к появлению крайне нежелательных «*паразитных мощностей*», особенно существенных на дорогах со средним и высоким коэффициентом сцепления колес с дорогой.

Первое явление очевидно и мы его рассматривать не будем (тем более, что управляемость первична на высоких скоростях, а не в труднопроходимых условиях).

### 6.4.1. Паразитная мощность в заблокированном мосте

Для оценки величины «паразитных мощностей» рассмотрим силовые условия качения внутреннего и внешнего (по отношению к центру поворота) колес.

Найдем кинематическое рассогласование колес в повороте со средним радиусом  $R$  при заблокированном дифференциале неуправляемого моста (число оборотов  $n$  колес одинаково, но разные радиусы колес, катящихся без скольжения).

Путь, пройденный наружным и внутренним колесами:

$$l_n = \pi \cdot r_{кн} \cdot n, \quad l_{вн} = \pi \cdot r_{квн} \cdot n \Rightarrow \frac{l_n}{\pi \cdot r_{кн}} = \frac{l_{вн}}{\pi \cdot r_{квн}}.$$

Учитывая, что

$$l_n = \pi \cdot (R + B/2) \quad \text{и} \quad l_{вн} = \pi \cdot (R - B/2),$$

где  $B$  – колея, получим

$$\frac{R + \frac{B}{2}}{r_{кн}} = \frac{R - \frac{B}{2}}{r_{квн}}.$$

Введем средний радиус шин  $r_{ксп} = r_{квн(n)} \pm \delta_{rk}/2$ . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{R + \frac{B}{2}}{r_{ксп} + \frac{\delta_{r2}}{2}} &= \frac{R - \frac{B}{2}}{r_{ксп} - \frac{\delta_{r2}}{2}} \Rightarrow \\ \left( R + \frac{B}{2} \right) \cdot \left( r_{ксп} - \frac{\delta_{r2}}{2} \right) &= \left( R - \frac{B}{2} \right) \cdot \left( r_{ксп} + \frac{\delta_{r2}}{2} \right) \Rightarrow \delta_{r2} = r_{ксп} \frac{B}{R}. \end{aligned}$$

С другой стороны  $r_{ксп}$  можно выразить через силовую зависимость:

$$r_{ксп} = r_{к0} - \lambda_x \frac{F_{к2}}{2},$$

где  $F_{к2}$  – суммарная сила тяги на колесах моста;  $\lambda_x$  – тангенциальная эластичность шины, мм/Н.

Необходимую силу тяги на колесах определим без учета аэродинамической составляющей:

$$F_{к2} = G_a \cdot f_R,$$

где  $f_R$  – коэффициент сопротивления качению колеса в повороте:

$$f_R = f_k \cdot \left( 1 + \frac{V^2}{\varphi_x \cdot g \cdot R} \right) = f_0 \cdot (1 + A_f \cdot V^2) \cdot \left( 1 + \frac{V^2}{\varphi_x \cdot g \cdot R} \right).$$

Крутящие моменты на колесах ведущего моста изменяют значения радиусов колес:

$$r_{кн} = r_{кc} - \lambda_x \cdot F_{к2}^н \quad \text{и} \quad r_{квн} = r_{кc} - \lambda_x \cdot F_{к2}^{вн},$$

откуда

$$F_{\kappa 2}^{6H} - F_{\kappa 2}^H = \frac{r_{\kappa c} - r_{\kappa 6H}}{\lambda_x} + \frac{r_{\kappa H} - r_{\kappa c}}{\lambda_x} = \frac{\delta_{r2}}{\lambda_x} = r_{\kappa c p} \frac{B}{\lambda_x \cdot R}.$$

Суммы реакций на ведущих колесах должно хватить для преодоления внешнего сопротивления  $F_{\kappa 2}^{6H} + F_{\kappa 2}^H = F_{\kappa 2}$ .

Решая два последних уравнения совместно, получим:

$$F_{\kappa 2}^{6H} = \frac{F_{\kappa 2} + \frac{\delta_{r2}}{\lambda_x}}{2} \quad \text{и} \quad F_{\kappa 2}^H = \frac{F_{\kappa 2} - \frac{\delta_{r2}}{\lambda_x}}{2}.$$

Крутящий момент на колесах будет равен:

$$T_2^H = F_{\kappa 2}^H \cdot r_{\kappa c} \quad \text{и} \quad T_2^{6H} = F_{\kappa 2}^{6H} \cdot r_{\kappa c}.$$

Как видим,  $F_{\kappa 2}^{6H}$  и  $F_{\kappa 2}^H$  существенно отличаются по величине и даже по знаку (при больших рассогласованиях  $\delta_{r2}$ ).

В контуре «колеса – полуоси – полуосевые шестерни – чашка дифференциала» циркулирует мощность, значительно превышающая по величине мощность внешнего сопротивления!!!

Циркуляция паразитных мощностей приводит к значительной перегрузке элементов трансмиссии, растет износ шин.

*Пример:*

$M_a = 10000$  кг;  $R = 8$  м;  $B = 1,7$  м;  $r_{\kappa c} = 0,5$  м;  $\lambda_x = 0,005$  мм/Н;  $f_R = 0,02$ .

60 % нагрузки на заднюю ось:  $G_{\kappa 2} = 29400$  Н;  $G_{\kappa 1} = 19600$  Н.

Автомобиль заднеприводный.

Сопротивление движению:

$$F_{\kappa 2} = G_a \cdot f_R = 10000 \cdot 9,8 \cdot 0,02 = 1960 \text{ Н.}$$

Кинематическое рассогласование качения колес:

$$\delta_{r2} = \left( r_{\kappa c} - \lambda_x \frac{F_{\kappa 2}}{2} \right) \frac{B}{R} = \left( 500 - 0,005 \frac{1960}{2} \right) \frac{1,7}{8} = 105 \text{ мм.}$$

Тогда сила тяги будет равна:

$$F_{\kappa 2}^{6H} = \frac{F_{\kappa 2} + \frac{\delta_{r2}}{\lambda_x}}{2} = \frac{1960 + \frac{105}{0,005}}{2} = 11480 \text{ Н} \quad \text{и} \quad F_{\kappa 2}^H = \frac{1960 - \frac{105}{0,005}}{2} = -9520 \text{ Н.}$$

Соответствующие моменты:

$$T_2^{6H} = F_{\kappa 2}^{6H} \cdot r_{\kappa c} = 11397 \cdot 0,5 = 5740 \text{ Н·м} \quad \text{и} \quad T_2^H = F_{\kappa 2}^H \cdot r_{\kappa c} = -9437 \cdot 0,5 = -4760 \text{ Н·м.}$$

При скорости 9 км/ч (2,5 м/с) скорость колеса  $\omega = 5$  рад/с, тогда паразитная мощность:

$$P_{\text{пар}} = T_2^H \cdot \omega = -4718,5 \cdot 5 = -23800 \text{ Вт.}$$

### 6.4.2. Паразитная мощность в трансмиссии с заблокированным дифференциалом в раздаточной коробке

Кинематическое рассогласование мостов:

$$\delta_{r_{pk}} = r_{kcp} \cdot \frac{2 \cdot \left(1 - \cos \arctg \frac{L}{R}\right)}{1 + \cos \arctg \frac{L}{R}}.$$

Кинематическое рассогласование управляемого моста

$$\delta_{r_1} = \frac{r_{kcp}}{R \cdot \cos \arctg \frac{L}{R}} \left[ \left(R + \frac{B}{2}\right) \cdot \cos \arctg \frac{L}{R + \frac{B}{2}} - \left(R - \frac{B}{2}\right) \cdot \cos \arctg \frac{L}{R - \frac{B}{2}} \right].$$

Кинематическое рассогласование неуправляемого моста

$$\delta_{r_2} = \left( r_{kc} - \lambda_x \frac{F_{к2}}{2} \right) \frac{B}{R}.$$

## Тема 7. Торможение автомобиля

### 7.1. Нормативы

Требования по торможению, предъявляемые к автомобилям, изложены в правилах ЕЭК ООН № 13 и № 13Н (ГОСТ 25478-91 и 22895-77, а также 4364-81). Директивы ЕС, стандарты США и Швеции еще строже.

#### Виды замедления автомобиля:

∅ *Служебное торможение:* осуществляется водителем с заранее выбранным замедлением. Инструмент торможения – колесные тормоза.  
 $a = 2,5 \dots 3,0 \text{ м/с}^2$ .

∅ *Экстренное торможение:* осуществляется водителем с максимальным замедлением. Инструмент торможения – колесные тормоза.  
 $a = 8 \dots 9 \text{ м/с}^2$ .

∅ *Притормаживание:* осуществляется водителем с целью исключения разгона (ускорения) на спусках или уменьшение скорости с малой интенсивностью. Часто выполняется длительно. Инструмент торможения – замедлители (гидравлические или электрогидравлические муфты – *ретардеры*). При отсутствии замедлителя (у легковых автомобилей) – тормозят двигателем.

*Примечание:* Ретардеры до недавнего времени применялись только на тяжелых машинах. Однако теперь их стали применять и на легковых автомобилях. Изменилось их назначение: в связи с ужесточением экологических норм (речь о ЕВРО 5) для ускорения прогрева двигателя и катализатора выхлопных газов двигатель «нагружают» ретардером – время прогрева систем сокращается в несколько раз.

#### Системы тормозов современного автомобиля:

∅ *рабочая* – система служебного и экстренного торможения;

∅ *запасная* – используется при отказе рабочей системы и является ее частью (независимые контуры);

∅ *ABS* (антиблокировочная система) – система служебного и экстренного торможения, не допускающая блокирования колес. Задерживает занос на «миксте», сокращает тормозной путь на твердом (!) покрытии;

∅ *BA* (*Break Assist* – «*ассистент*») – система экстренного торможения. Сокращает время срабатывания тормозов, увеличивает тормозное усилие до максимально допустимого;

∅ *EBD* (электронное управление торможением) – отпускает тормоз на «нужном» колесе в режиме **торможения**, исключая или уменьшая занос;

∅ *ESP* (*система курсовой устойчивости*) – система работает, когда заданное рулем направление не совпадает с вектором движения автомоби-



ля. *ESP* тормозит «нужным» колесом(ами) даже если не нажата педаль тормоза. *EBD* и *ESP* дополняют *ABS*. Системы *ESP* постоянно совершенствуются. Они носят разные названия, например, *VDC* фирмы *Bosch*.

Ø *противооткатная* – предотвращает откат автомобиля при старте (маневре) на горке;

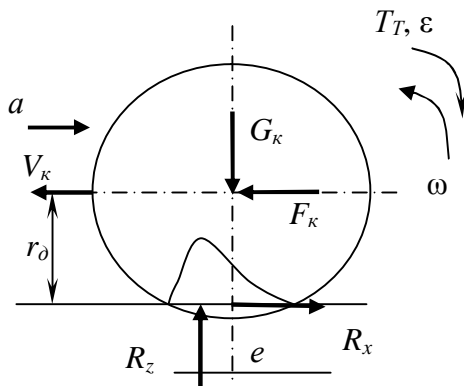
Ø система поддержания постоянной скорости на спуске;

Ø *стояночная* – система, используемая для длительного удержания автомобиля на стоянке без постоянного воздействия водителем (ручная система специальной конструкции используется спортсменами в движении при скоростном прохождении поворотов).

Ø *интеллектуальная (в основном перспективная)* – трехуровневая автономная. Первый уровень – подводит колодки к дискам (уже работают на передовых автомобилях). Второй уровень – предупреждают водителя об аварийной ситуации. Третий уровень – останавливает автомобиль.

*Примечание:* Существуют и другие системы. Например, противобуксовочная система *ASR (TC)*.

## 7.2. Тормозной режим эластичного колеса



$$(\Sigma F_z = 0): G_k = R_z.$$

$$(\Sigma F_x = 0): F_k = R_x.$$

$$T_f = R_z \cdot e; \quad T_u = J_k \cdot \epsilon.$$

$$(\Sigma T_y = 0): T_T + T_f - T_u - F_k \cdot r_d = 0$$

$$F_k = \frac{T_T + T_f - T_u}{r_d} \equiv R_x.$$

**Предельное значение  $R_x$**  определяет коэффициент сцепления шины с дорогой  $\phi_x$ :

$$R_{xmax} = G_k \cdot \phi_{xmax}$$

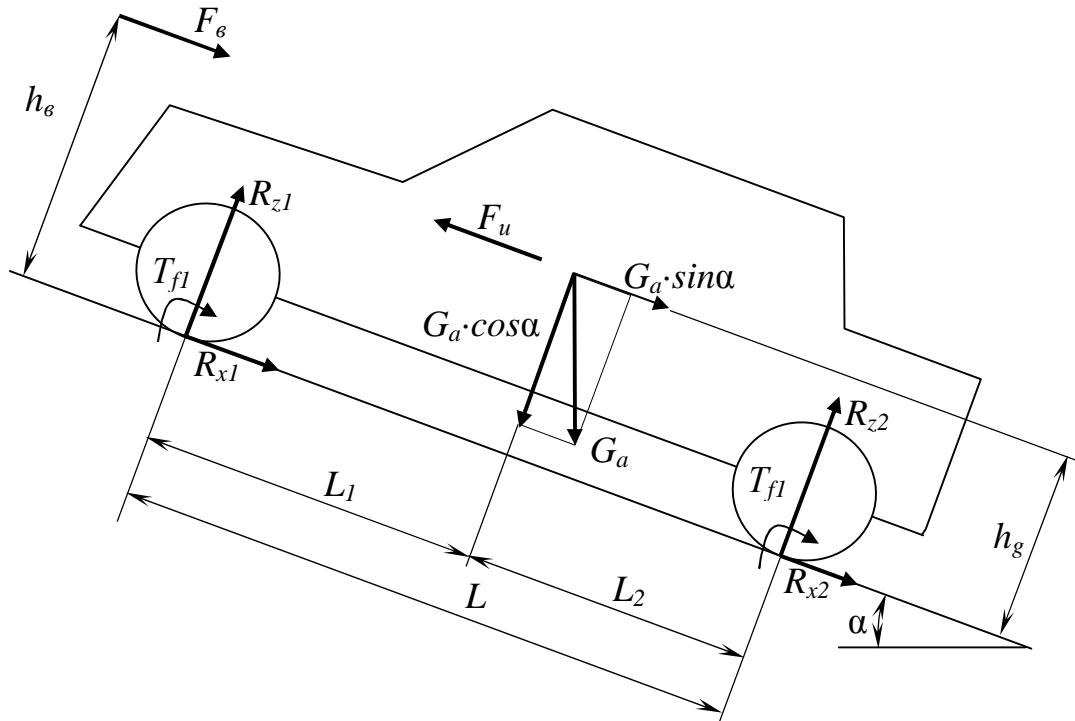
## 7.3. Торможение (общая схема)

Тормозной баланс автомобиля (см. схему ниже):

$$R_{x1} + R_{x2} = \frac{G_a}{g} \cdot a \cdot \sin \alpha - 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_g \cdot A \cdot V^2.$$

**Найдем тормозные моменты:**

Продольные реакции на колесах при отсоединенной трансмиссии:



$$R_{x1,2} = \frac{T_{T1,2} + R_{z1,2} \cdot f \cdot r_{\kappa 0} - \sum_1^{m,n} J_{\kappa} \cdot \epsilon_{\kappa}}{r_{\kappa 0}}$$

Тормозной момент двигателя:

$$T_T^{\circ} = \Theta \cdot V_{\circ} \cdot (A + B \cdot n_{\circ}), \text{ Н}\cdot\text{м},$$

где  $\Theta$ ,  $A$ ,  $B$  – эмпирические коэффициенты;  $V_{\circ}$  – объем двигателя, л;  
 $n_{\circ}$  – скорость двигателя, об/мин.

Двигатель	$\Theta$	$A$	$B$
Бензиновый	12,5	0,4...0,5	0,0035
Дизельный	15	0,5...0,7	0,005

При 1000 об/мин  $T_T = 80$  Н·м ( $V=1,6$  л). При 5000 об/мин  $T_T = 360$  Н·м.

Мощность торможения двигателем 5–7 кВт/л [5, с. 649].

Подведенный к полуоси тормозной момент двигателя:

$$T_n = (T_T^{\circ} - J_{\circ} \cdot \epsilon_{\circ}) \cdot i_{mp},$$

где  $J_{\circ}$  – момент инерции двигателя;  $\epsilon_{\circ}$  – ускорение двигателя;  $i_{mp}$  – передаточное число трансмиссии.

$$R_{x2} + R_{x2} = \frac{T_{T1} + R_{z1} \cdot f \cdot r_{\circ} - \sum_1^m J_{\kappa} \cdot \epsilon_{\kappa}}{r_{\circ}} + \frac{T_{T2} + R_{z2} \cdot f \cdot r_{\circ} - \sum_1^n J_{\kappa} \cdot \epsilon_{\kappa} + (T_T^{\circ} - J_{\circ} \cdot \epsilon_{\circ}) \cdot i_{mp}}{r_{\circ}}.$$

Перегруппируем тормозной баланс автомобиля  
 («тормоза» = «толкачи»):

$$\begin{aligned} & \frac{T_{T1}}{r_\partial} + \frac{T_{T2}}{r_\partial} + (R_{z1} + R_{z2}) \cdot f + \frac{T_T^\partial \cdot i_{mp}}{r_\partial} \pm G_a \cdot \sin \alpha + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V^2 = \\ & = \frac{G_a}{g} \cdot a + \frac{J_\partial \cdot \epsilon_\partial \cdot i_{mp} \cdot \eta_{mp}}{r_\partial} + \frac{\sum_1^{m+n} J_\kappa \cdot \epsilon_\kappa}{r_\partial}. \end{aligned}$$

Введем замену  $r_\partial = r_{k0}$ .

Введем замену в правой части:  $\epsilon_\kappa = \frac{a}{r_\kappa}$  и  $\epsilon_\partial = \frac{a}{r_\kappa} \cdot i_{mp}$ .

Преобразуем правую часть

$$G_a \cdot \frac{a}{g} \cdot \left( 1 + \frac{J_\partial \cdot i_{mp}^2 \cdot \eta_{mp} \cdot g}{G_a \cdot r_{k0} \cdot r_\kappa} + \frac{\sum_1^{m+n} J_\kappa \cdot g}{G_a \cdot r_{k0} \cdot r_\kappa} \right) = G_a \cdot \frac{a}{g} \cdot \delta_T.$$

По аналогии с коэффициентом учета вращающихся масс при разгоне запишем:

$$\delta_T = 1 + \frac{J_\partial \cdot i_{mp}^2 \cdot \eta_{mp} \cdot g}{G_a \cdot r_{k0} \cdot r_\kappa} + \frac{\sum_1^{m+n} J_\kappa \cdot g}{G_a \cdot r_{k0} \cdot r_\kappa} = 1 + \delta_{1T} \cdot i_{mp}^2 + \delta_{2T}.$$

*Примечание:* Отличие (от  $\delta$  разгона) – наличие КПД и произведение радиусов (замена кинематического радиуса статическим приводит к существенной ошибке в расчете).

Введем замену  $(R_{z1} + R_{z2}) \cdot f + G_a \cdot \sin \alpha = G_a \cdot \psi$  (прижимной составляющей аэродинамической силы пренебрегаем):

$$\frac{T_{T1}}{r_{k0}} + \frac{T_{T2}}{r_{k0}} + \frac{T_T^\partial \cdot i_{mp}}{r_{k0}} + G_a \cdot \psi + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V^2 = G_a \cdot \frac{a}{g} \cdot \delta_T.$$

Найдем замедление автомобиля

$$a = g \cdot \left( \frac{T_{T1}}{r_{k0} \cdot G_a \cdot \delta_T} + \frac{T_{T2}}{r_{k0} \cdot G_a \cdot \delta_T} + \frac{T_T^\partial \cdot i_{mp}}{r_{k0} \cdot G_a \cdot \delta_T} + \frac{\psi}{\delta_T} + \frac{0,5 \cdot c_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V^2}{G_a \cdot \delta_T} \right).$$

#### 7.4. Торможение юзом

При торможении автомобиля с блокировкой колес (юзом т. е.  $s_c = 1$ ) отсутствует вращение колес, следовательно, тормозной баланс определим следующим образом:

$$\begin{aligned} m_a \cdot a &= R_{x1} + R_{x2} \pm G_a \cdot \sin \alpha + 0,5 \cdot C_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V^2 \\ R_{x1} + R_{x2} &= G_a \cdot \varphi_x \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

$$a_{юз} = g \cdot \left( \varphi_x \cdot \cos \alpha \pm \sin \alpha + \frac{C_x \cdot \rho_\epsilon \cdot A \cdot V^2}{2 \cdot G_a} \right).$$

где «+» – при торможении на подъеме; «-» – на спуске.

Если тормозим на горизонтальной площадке, то:

$$a_{юз} = g \cdot \varphi_x + \frac{C_x \cdot \rho_{\text{в}} \cdot A \cdot V^2}{2 \cdot m_a} \approx g \cdot \varphi_x.$$

**Пример:**  $G_a = 14560 \text{ Н}$ ;  $\varphi_x = 0,8$ ;  $C_x = 0,48$ ;  $A = 2,4 \text{ м}^2$ ;  $V = 30 \text{ м/с}$

$$a_{юз} = g \cdot 0,8 + \frac{0,48 \cdot 1,225 \cdot 2,4 \cdot 30^2 \cdot g}{2 \cdot 14560} = 7,85 + 0,43 = 8,28 \text{ м/с}^2.$$

Если учесть «правильный» коэффициент сцепления (при юзе около  $\varphi_x = 0,4$ ), то

$$a_{юз} = g \cdot 0,4 + \frac{0,48 \cdot 1,225 \cdot 2,4 \cdot 30^2 \cdot g}{2 \cdot 14560} = 3,924 + 0,42786 \approx 4,35 \text{ м/с}^2$$

*Замечания:*

1. Аэродинамическая составляющая замедления быстро уменьшается по мере снижения скорости.
2. Доля аэродинамической составляющей замедления уменьшается по мере увеличения массы автомобиля.
3. Коэффициент сцепления сильно зависит от относительного скольжения  $s_c$  в контакте шина – дорога.
4. При юзе всех колес развесовка автомобиля не имеет значения!

## 7.5. Основные показатели процесса торможения

### 7.5.1. Время торможения

$$a = \frac{dV}{dt} \Rightarrow dt = \frac{1}{a} dV \Rightarrow t = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{a};$$

$$t = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{g \cdot \varphi_x + \frac{C_x \cdot \rho_{\text{в}} \cdot A \cdot V^2}{2 \cdot m_a}} \approx \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{g \cdot \varphi_x} = \frac{V_n - V_k}{g \cdot \varphi_x}.$$

Аэродинамическим сопротивлением часто пренебрегают.

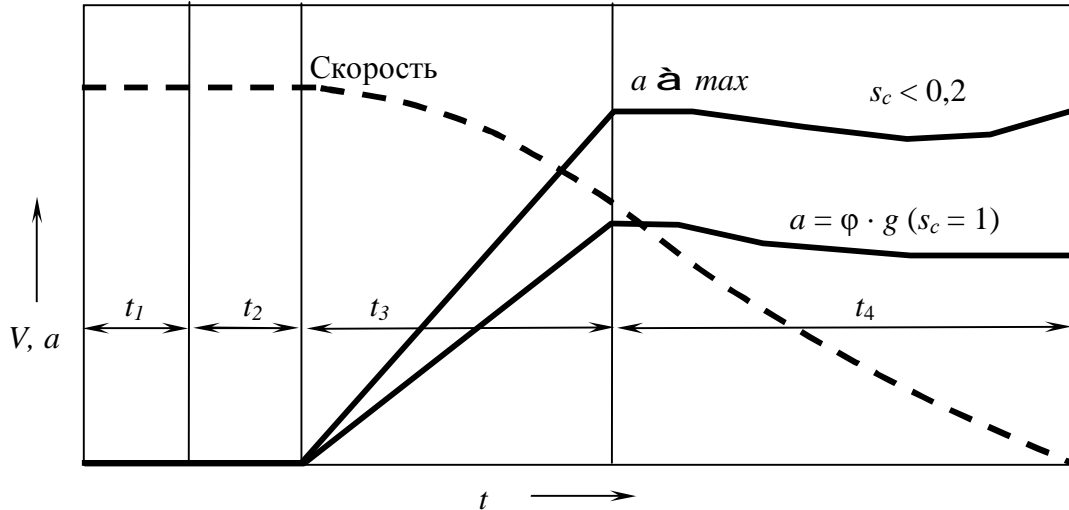
### 7.5.2. Тормозной путь

$$V = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = V \cdot dt = \frac{V \cdot dV}{a} \Rightarrow$$

$$S_{юз} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{V \cdot dV}{a} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{V \cdot dV}{g \cdot \varphi_x + \frac{C_x \cdot \rho_{\text{в}} \cdot A \cdot V^2}{2 \cdot m_a}} \approx \int_{V_1}^{V_2} \frac{V \cdot dV}{g \cdot \varphi_x} = \frac{V_n^2 - V_k^2}{2 \cdot g \cdot \varphi_x}.$$

Если  $V_k = 0$ , то  $S_{юз} = \frac{V_n^2}{2 \cdot g \cdot \varphi_x}$  и  $V_n = \sqrt{2 \cdot \varphi_x \cdot g \cdot S_{юз}}$ .

## Тормозная диаграмма



$t_1$  – время реакции водителя (в среднем – 0,5...0,8 с, но иногда до 1,2 с);

$t_2$  – время срабатывания тормозов (подвод колодок 0,1...0,4 с);

$t_3 = 0,2...0,4$  – время нарастания давления в тормозной системе (меньшее значение для гидропривода, большее – для пневмопривода); на этом участке упрощенно принимаем  $a = \varphi \cdot g / 2$ ;

$t_4$  – время торможения  $t_4 = V / (\varphi \cdot g)$ .

*Примечание:* Замедление на четвертом участке имеет два экстремума: в начале и в конце. Первый пик обусловлен значительным влиянием аэродинамического сопротивления на сравнительно большой скорости. Второй пик – на малой скорости – обусловлен снижением скорости скольжения резины колес по дороге, что улучшает ее «проникновение» в микронеровности опорной поверхности и соответствующее увеличение сцепных свойств (в этом случае  $\varphi_x$  для «хороших шин» часто превышает 1).

**Найдем остановочный путь:**

$$1. \quad S_1 = V_n \cdot t_1.$$

$$2. \quad S_2 = V_n \cdot t_2.$$

$$3. \quad S_3 = \frac{V_n^2 - V_k^2}{2 \cdot g \cdot \varphi_x} \cdot 2 = \frac{V_n^2 - V_k^2}{g \cdot \varphi_x}, \text{ где } V_k = V_n - \frac{\varphi_x \cdot g}{2} \cdot t_3.$$

$$(V_k)^2 = V_n^2 - \frac{2 \cdot V_n \cdot \varphi_x \cdot g \cdot t_3}{2} + \frac{\varphi_x^2 \cdot g^2}{4} \cdot t_3^2.$$

$$S_3 = \frac{V_n \cdot \varphi_x \cdot g \cdot t_3 - 0,25 \cdot \varphi_x^2 \cdot g^2 \cdot t_3^2}{\varphi_x \cdot g} = V_n \cdot t_3 - 0,25 \cdot \varphi_x \cdot g \cdot t_3^2.$$

$$4. \quad S_4 = \frac{(V_k)^2}{2 \cdot \varphi_x \cdot g} = \frac{V_n^2 - V_n \cdot \varphi_x \cdot g \cdot t_3 + 0,25 \cdot \varphi_x^2 \cdot g^2 \cdot t_3^2}{2 \cdot \varphi_x \cdot g}.$$

$$S_4 = \frac{V_n^2}{2 \cdot \varphi_x \cdot g} - \frac{V_n \cdot t_3}{2} + \frac{\varphi_x \cdot g \cdot t_3^2}{8}.$$

В итоге получим:

$$S_0 = V_n \cdot (t_1 + t_2 + 0,5 \cdot t_3) + \frac{V_n^2}{2 \cdot \varphi_x \cdot g} - \frac{\varphi_x \cdot g \cdot t_3^2}{8}.$$

На практике последним членом пренебрегают:

$$S_0 = V_n \cdot (t_1 + t_2 + 0,5 \cdot t_3) + \frac{V_n^2}{2 \cdot \varphi_x \cdot g}.$$

*Пример:* найти тормозной путь при торможении со скорости  $V = 20$  м/с.

$$S_0 = 20 \cdot \left( 0,8 + 0,1 + \frac{0,2}{2} \right) + \frac{20^2}{2 \cdot 0,7 \cdot 9,8} = 49 \text{ м.}$$

### 7.5.3. Тормозные силы, моменты, давление в контуре

Сила инерции автомобиля, которой должна противодействовать тормозная сила:  $F_u = \frac{G_a}{g} \cdot a$ .

Реакции на колесах:

$$R_{x1} = R_{x1max} = R_{z1} \cdot \varphi_x;$$

$$R_{x2} = R_{x2max} = R_{z2} \cdot \varphi_x.$$

$$F_u = R_{x1} + R_{x2} \stackrel{e}{=} \frac{G_a}{g} \cdot a = (R_{z1} + R_{z2}) \cdot \varphi_x = G_a \cdot \varphi_x.$$

Сумма моментов относительно контакта второго колеса = 0

$$R_{z1} \cdot L - G_a \cdot \varphi_x \cdot h_g - G_a \cdot L_2 = 0 \stackrel{e}{=} R_{z1} = \frac{G_a}{L} \cdot (L_2 + \varphi_x \cdot h_g).$$

Сумма моментов относительно контакта первого колеса = 0

$$R_{z2} \cdot L + G_a \cdot \varphi_x \cdot h_g - G_a \cdot L_1 = 0 \stackrel{e}{=} R_{z2} = \frac{G_a}{L} \cdot (L_1 - \varphi_x \cdot h_g).$$

Откуда

$$R_{x1} = \frac{G_a}{L} \cdot (L_2 + \varphi_x \cdot h_g) \cdot \varphi_x \quad \text{и} \quad R_{x2} = \frac{G_a}{L} \cdot (L_1 - \varphi_x \cdot h_g) \cdot \varphi_x.$$

*Пример* изменения реакций  $R_{x1}$   $R_{x2}$   $R_{z1}$   $R_{z2}$  в зависимости от  $\varphi_x$

Условия расчета:

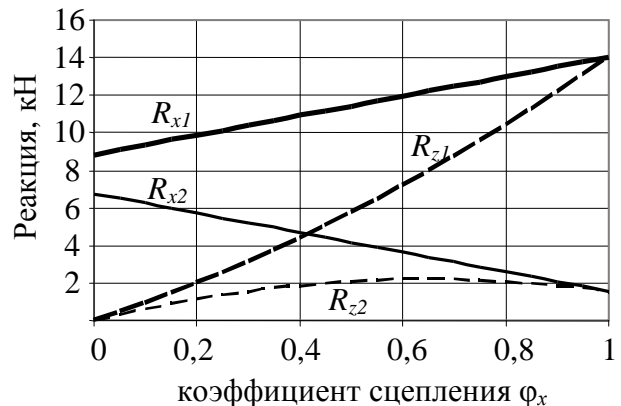
$$G_a = 15600 \text{ Н;}$$

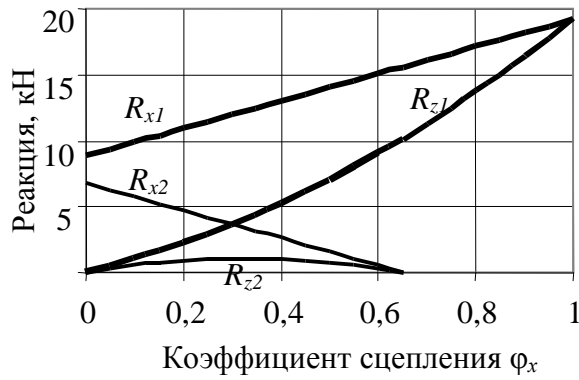
$$L = 1,5 \text{ м;}$$

$$L_1 = 0,65 \text{ м;}$$

$$L_2 = 0,85 \text{ м;}$$

$$h_g = 0,5 \text{ м.}$$





Условия расчета:

$$G_a = 15600 \text{ Н};$$

$$L = 1,5 \text{ м};$$

$$L_1 = 0,65 \text{ м};$$

$$L_2 = 0,85 \text{ м};$$

$$h_g = 1 \text{ м}.$$

*Замечание:* При увеличении высоты центра масс автомобиля тормозные реакции на задней оси уменьшаются. В приведенном примере при высоте  $h_g = 1$  м автомобиль перевернется при  $\varphi_x > 0,65$ .

При отсутствии *ABS* в автомобиле должен быть установлен регулятор давления в контуре управления задними тормозами. Найдем соотношение давлений в переднем и заднем контуре, исключающее опережающее блокирование задних колес.

Давление, необходимое для доведения передних тормозов до юза

$$R_{x1} = \frac{T_T}{r_o} \text{ а } T_T = A_1 \cdot p_1 \text{ а } p_1 = \frac{R_{x1} \cdot r_o}{A_1},$$

где  $A_1$  – передаточная функция, определяемая конструкцией тормозов (определяет зависимость тормозного момента от давления в контуре).

Подставив максимальную реакцию при юзе передних колес, получим

$$p_1 = \frac{r_o}{A_1} \cdot \varphi_x \cdot G_a \cdot (L_2 + \varphi_x \cdot h_g).$$

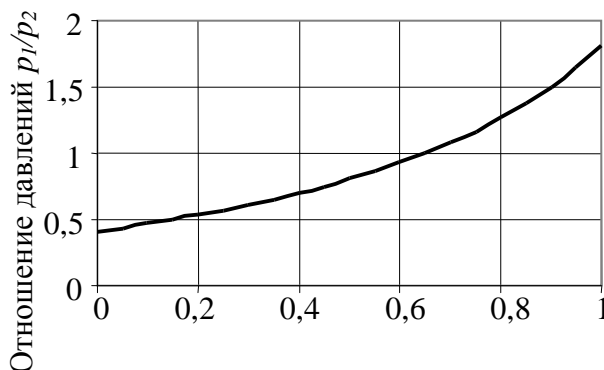
Аналогично найдем давление в заднем контуре:

$$p_2 = \frac{r_o}{A_2} \cdot \varphi_x \cdot G_a \cdot (L_1 - \varphi_x \cdot h_g).$$

Тогда искомое соотношение давлений в контурах

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \left( \frac{L_2 + \varphi_x \cdot h_g}{L_1 - \varphi_x \cdot h_g} \right).$$

*Пример:* Зависимость отношения давлений в контурах от  $\varphi_x$



$$G_a = 15600 \text{ Н}$$

$$L = 1,5 \text{ м}$$

$$L_1 = 0,825 \text{ м}$$

$$L_2 = 0,675 \text{ м}$$

$$h_g = 0,5 \text{ м}$$

$$A_2/A_1 = 0,5$$

При данных условиях и полученной характеристике регулятора все колеса будут блокироваться одновременно!!!

*Замечания:*

1. Колеса, доведенные до юза, не способны воспринимать боковые нагрузки: Любое внешнее воздействие приводит к заносу.
2. При опережающем юзе передних колес автомобиль движется не управляемо, но прямолинейно. Наоборот – потеря устойчивости – занос.

*Пути повышения устойчивости при торможении*

1. При применении *ограничителя* давления в контуре задних колес происходит недоиспользование тормозного момента полностью груженого автомобиля, что ухудшает его активную безопасность. Такой ограничитель эффективен лишь при загрузке автомобиля до 200 кг. Ограничители устанавливаются на современных автомобилях, спроектированных под систему *ABS*, но не укомплектованных ею.
2. Применение *регулятора* тормозных давлений.
3. Применение современных электронных систем *ABS*, *ABS+EBD*, *ABS+ESP*.



## Тема 8. Устойчивость автомобиля

*Устойчивость – способность автомобиля **сохранять** заданную скорость и направление движения, ориентацию продольной и вертикальной осей **при их отклонении** в результате кратковременного внешнего воздействия*

### 8.1. Опрокидывание автомобиля на подъеме

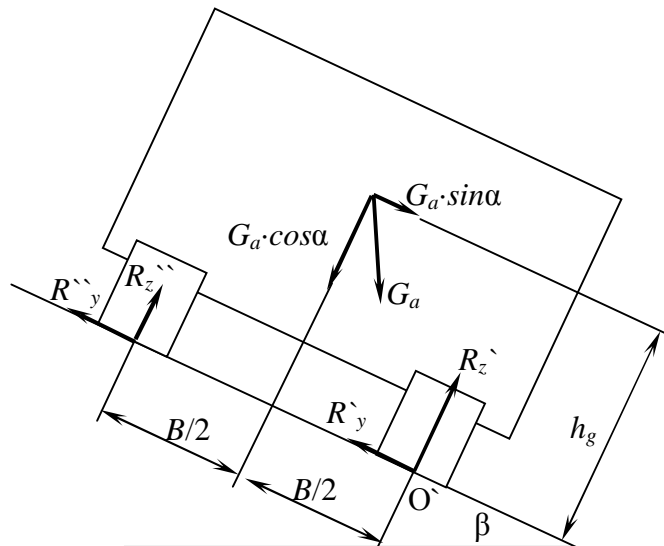
Условие опрокидывания (вперед) – равенство нулю вертикальных реакций относительно передних колес:

$$R_{z_2} = \frac{G_a}{L} \cdot (L_1 \cdot \cos \alpha - h_g \cdot \sin \alpha) = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{L_1}{h_g} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{L_1}{h_g} \right).$$

Во избежание опрокидывания должно быть выдержано условие:

$$\frac{L_2}{h_g} > \varphi_x.$$

### 8.2. Движение автомобиля на поперечных склонах



$R_z', R_z''$  – суммарные нормальные реакции нижнего и верхнего бортов

$R_y', R_y''$  – суммарные поперечные реакции нижнего и верхнего бортов

#### 8.2.1. Соскальзывание со склона

Условие:  $R_y' + R_y'' = G_a \cdot \sin \beta$

$$R_y' = R_z' \cdot \varphi_y \quad R_y'' = R_z'' \cdot \varphi_y$$

$$R_y' + R_y'' = R_z' \cdot \varphi_y + R_z'' \cdot \varphi_y = (R_z' + R_z'') \cdot \varphi_y = G_a \cdot \sin \beta$$

$$G_a \cdot \cos \beta \cdot \varphi_y = G_a \cdot \sin \beta$$

Перегруппировав, получим  $\varphi_y = \operatorname{tg} \beta$ .

Максимальный коэффициент поперечного сцепления  $\varphi_y = 0,8$ , следовательно  $\beta = \arctg 0,8 = 38,6$ .

### 8.2.2. Опрокидывание на склоне

Условие  $R_z'' = 0$ . Опрокидывание относительно оси  $O'$ :

$$\sum T_{O'} = R_z'' \cdot B + G_a \cdot \sin \beta \cdot h_g - G_a \cdot \cos \beta \cdot \frac{B}{2} \text{ откуда}$$

$$R_z'' = \frac{G_a}{B} \cdot \left( \frac{B}{2} \cdot \cos \beta - h_g \cdot \sin \beta \right) \equiv 0 \text{ откуда}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B}{2 \cdot h_g} = \gamma_B \rightarrow \beta = \arctg \frac{B}{2 \cdot h_g}$$

$\gamma_B$  – коэффициент поперечной устойчивости (не путать с углом крена  $\gamma$ )

Пример:

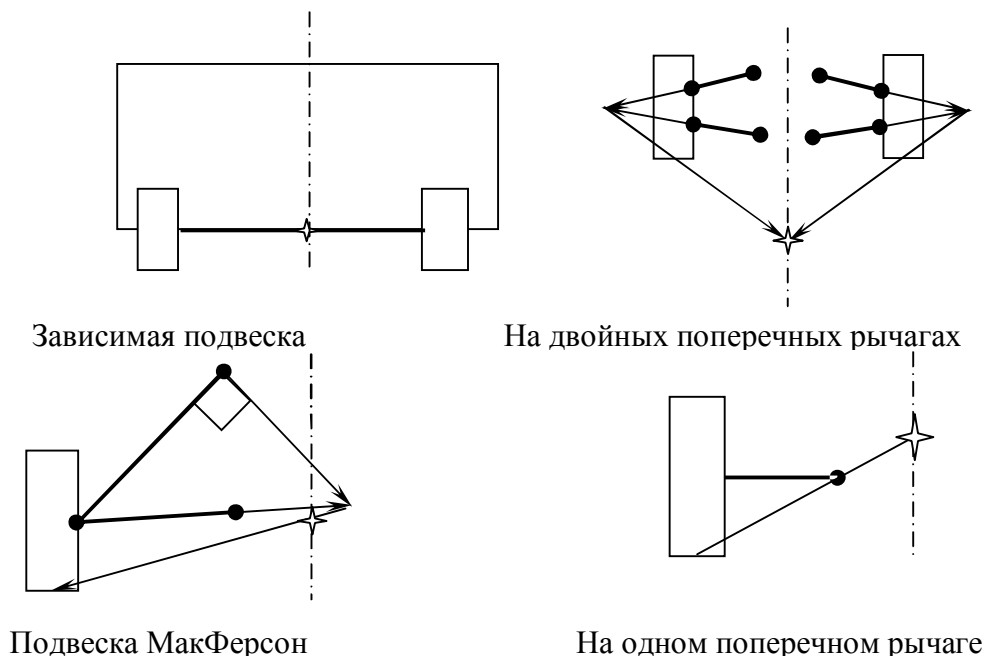
Автомобиль ГАЗ-66:  $B=1,65$  м;  $h_g = 1,41$  м.

$$\beta = \arctg \frac{1,65}{2 \cdot 1,41} \approx 30^\circ.$$

Учитывая, что угол соскальзывания не более  $38,6^\circ$ , делаем вывод о том, что машина быстрее перевернется, чем соскользнет.

### 8.3. Крен кузова

Реальные автомобили имеют подвеску, поэтому более нагруженная (нижняя по склону, внешняя в повороте) сторона проседает, а другая приподнимается. Это явление называется креном кузова.



При крене происходит смещение центра масс автомобиля по двум осям:  $OY$  и  $OZ$ . При этом центр масс поворачивается вокруг **центра крена**.

Ø Центр поперечного крена **зависимой** рессорной подвески расположен на линии пересечения продольной плоскости симметрии автомобиля и вертикальной плоскости моста на уровне нейтральной линии коренного листа рессоры.

Ø Центр крена **независимой подвески на двойных поперечных рычагах** находится в плоскости качания подвески на пересечении продольной плоскости симметрии автомобиля и прямой, соединяющей центр пятна контакта колеса и его мгновенный центр поворота (пересечение продольных осей поперечных рычагов).

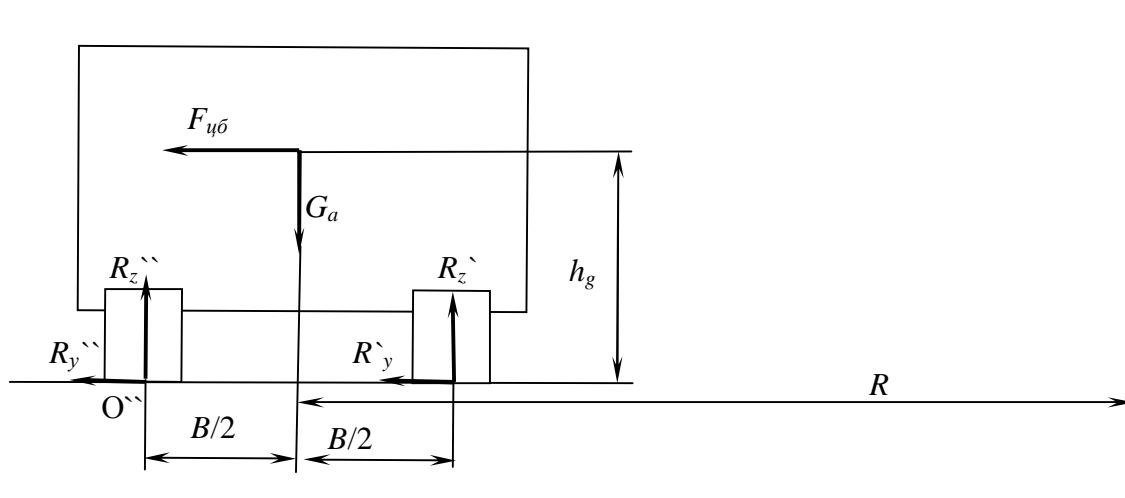
Ø Центр крена **пружинной стойки (МакФерсон)** находится в плоскости качания подвески на пересечении продольной плоскости симметрии автомобиля и прямой, соединяющей центр пятна контакта колеса с точкой пересечения продолжения нижнего рычага с перпендикуляром из верхней опоры.

Ø Центр крена **независимой подвески на одном поперечном рычаге** находится на пересечении оси автомобиля и прямой, соединяющей центр пятна контакта колеса с шарниром рычага.

**Ось крена** автомобиля – прямая, соединяющая центры крена передней и задней подвесок. Перпендикуляр, опущенный на ось крена из центра масс, определяет **плечо крена**.

*Замечание:* Подвеска уменьшает угол опрокидывания.

#### 8.4. Устойчивость автомобиля против заноса и опрокидывания



### 8.4.1. Занос всех колес

Условие заноса – центробежная сила равна сумме поперечных реакций колес:

$$F_{цб} = R_y' + R_y''.$$

$$F_{цб} = m \cdot \frac{V^2}{R} = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R}.$$

Известно, что

$$R_y' = R_z' \cdot \varphi_y; \quad R_y'' = R_z'' \cdot \varphi_y.$$

Так как

$$R_z' + R_z'' = G_a, \quad \text{то}$$

$$R_y' + R_y'' = (R_z' + R_z'') \cdot \varphi_y = G_a \cdot \varphi_y.$$

Тогда получим:

$$\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} = G_a \cdot \varphi_y$$

откуда  $V_{кр}^{занос} = \sqrt{\varphi_y \cdot g \cdot R}$  – критическая по заносу скорость.

Пример:

$$R = 100 \text{ м}, \quad \varphi_y = 0,5, \quad g = 9,81 \text{ м/с}^2 \quad V_{кр}^{занос} = \sqrt{0,5 \cdot 9,81 \cdot 100} = 22,15 \text{ м/с}.$$

### 8.4.2. Опрокидывание на повороте без учета крена

Условие опрокидывания:  $R_z' = 0$ .

Сумма моментов относительно  $O''$  должна быть равна нулю:

$$R_z' \cdot B + \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_g - G_a \cdot \frac{B}{2} = 0, \quad \text{откуда}$$

$$R_z' = \frac{G_a}{B} \left( \frac{B}{2} - \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot h_g \right) \equiv 0, \quad \text{откуда получим } \frac{B}{2} = \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot h_g.$$

Перегруппируем:

$$\frac{g \cdot B}{2 \cdot h_g} = \left( \frac{V^2}{R} \right)_{опр}$$

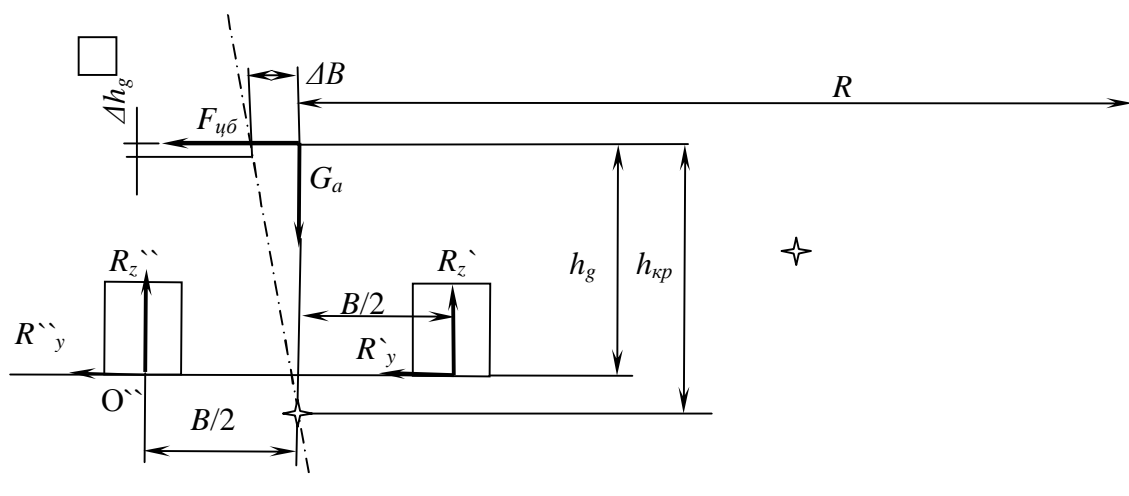
Критическая по опрокидыванию скорость:

$$V_{кр}^{опр} = \sqrt{\frac{B \cdot g \cdot R}{2 \cdot h_g}} \quad \text{или} \quad V_{кр}^{опр} = \sqrt{\gamma_B \cdot g \cdot R}.$$

Чтобы автомобиль не переворачивался, необходимо выполнить условие:

$$\left( \frac{V^2}{R} \right)_{опр} > \left( \frac{V^2}{R} \right)_{занос}, \quad \text{откуда} \quad \frac{B}{2 \cdot h_g} > \varphi_y.$$

### 8.4.3. Опрокидывание на повороте с учетом крена



$\Delta h_g = h_{кр} \cdot (1 - \cos \gamma)$ , где  $\gamma$  угол крена.

$\Delta B = h_{кр} \cdot \sin \gamma \approx h_{кр} \cdot \gamma$ , если  $\gamma$  в рад.

$$T_{кр} = F_y \cdot h_{кр} + G_a \cdot \Delta B = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр} + G_a \cdot \gamma \cdot h_{кр}.$$

*Замечание:*  $\gamma$  в радианах(!), но безразмерный, т. к. выполнено  $\sin$  – преобразование.

Момент сил крена должен быть уравновешен восстанавливающим моментом подвески  $T_{восст} = T_{кр}$

$$T_{восст} = (C_1 + C_2) \cdot \gamma. \quad C - [\text{Н} \cdot \text{м}/\text{рад}] \text{ (строго в радианах).}$$

$$(C_1 + C_2) \cdot \gamma = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр} + G_a \cdot \gamma \cdot h_{кр}$$

(в левой части  $\gamma$  размерный, в правой безразмерный).

$$C_1 + C_2 = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{h_{кр}}{\gamma} + G_a \cdot h_{кр}.$$

Угловая жесткость подвески

$$C_1 + C_2 = G_a \cdot h_{кр} \cdot \left( 1 + \frac{V^2}{gR} \cdot \frac{1}{\gamma} \right),$$

где  $\gamma$  – **строго** в радианах.

Жесткость подвески подбирается таким образом, чтобы при боковом ускорении  $0,4 \cdot g$  (ускорение =  $V^2/R$ ) угол крена  $\gamma$  не превышал  $5^\circ \dots 6^\circ$ .

$$C_1 + C_2 = G_a \cdot h_{кр} \cdot \left( 1 + 0,4 \cdot \frac{1}{0,087} \right) = 5,6 \cdot G_a \cdot h_{кр}.$$

Таким образом, считают суммарную жесткость подвесок и сравнивают с допустимой, равной  $5,6 \cdot G_a \cdot h_{кр}$ . После этого решают вопрос о целесообразности применения стабилизатора (разумеется, жесткость передней подвески должна быть больше, поэтому и стабилизатор устанавливают, как правило, на переднюю ось).

### Критическая скорость по опрокидыванию с учетом крена

Сумма моментов относительно центра контакта внешнего колеса с дорогой:

$$R_z \cdot B + \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_g - G_a \cdot \left( \frac{B}{2} - \Delta B \right) = 0,$$

откуда

$$R_z \cdot B = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_g - G_a \cdot \left( \frac{B}{2} - \Delta B \right) \equiv 0.$$

Ранее записано  $\Delta B = \gamma \cdot h_{кр}$ . Из зависимости для угловой жесткости подвески (см. выше) найдем  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр}}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}} \quad \text{а} \quad \Delta B = \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр}^2}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}}.$$

Подставим  $\Delta B$  в  $R_z$ :

$$\frac{B}{2} - \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр}^2}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}} - \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot h_g \equiv 0 \quad \text{а} \quad \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр}^2}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}} + \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot h_g = \frac{B}{2} \quad \text{а}$$

$$\text{а} \quad \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_a \cdot h_{кр}^2}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}} + h_g \right) = \frac{B}{2} \quad \text{а}$$

$$\boxed{\left( \frac{V^2}{R} \right)^{оп} = g \cdot \frac{B}{2 \cdot \left( h_g + \frac{G_a \cdot h_{кр}^2}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}} \right)}}.$$

**Крен кузова «увеличивает» высоту центра масс!**

Пример:  $h_g = 0,66$  м;  $B = 1,27$  м;  $h_{кр} = 0,5$  м;  $G_a = 14500$  Н;  $\phi_y = 0,8$ .

$$\left( \frac{V^2}{R} \right)^{занос} = \phi \cdot g = 0,8 \cdot 9,81 = 7,84 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Без учета крена} \left( \frac{V^2}{R} \right)^{оп} = g \cdot \frac{B}{2 \cdot h_g} = 9,81 \cdot \frac{1,27}{2 \cdot 0,66} = 9,44 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{С учетом крена} \left( \frac{V^2}{R} \right)^{оп} = 9,81 \cdot \frac{1,27}{2 \cdot \left( 0,66 + \frac{14500 \cdot 0,5^2}{36000 - 14500 \cdot 0,5} \right)} = 7,92 \text{ м/с}^2.$$

Если  $C_1 + C_2 = G_a \cdot h_{кр} \cdot 5,6 = 14500 \cdot 0,5 \cdot 5,6 = 40600$  Н·м/рад, то  $a_{оп} = 8,1$  м/с<sup>2</sup>.

### 8.5. Занос одной из осей автомобиля

Суммарная боковая сила, действующая на автомобиль, распределяется неравномерно по осям (зависит от развесовки). Поэтому на одной из осей может образоваться запас против заноса, тогда как другую ось занесет. Найдем запас боковой реакции оси по заносу.

Каждое колесо может воспринять следующую равнодействующую реакцию:

$$R_{zk}^2 \cdot \varphi^2 = R_{yk}^2 + R_{xk}^2 \quad \text{à} \quad R_{yk}^{max} = \sqrt{R_{zk}^2 \cdot \varphi^2 - R_{xk}^2}.$$

Суммарная боковая реакция оси:

$$R_{yi} = R_{yi}^{\prime} + R_{yi}^{\prime\prime}.$$

Когда боковая нагрузка становится равной запасу боковой реакции оси начинается занос. Условие заноса:  $F_{yi} = R_{yi}^{max}$ , где  $F_{yi}$  – боковая нагрузка, приходящаяся на ось.

Т. к.  $R_x$  больше у ведущей оси, она чаще попадает в занос, чем ведомая.

Занос передней и задней осей сказывается на устойчивости автомобиля по разному:

Ø Занос передней оси вызывает автоматическое снижение боковой силы (растет радиус поворота à снижается боковое ускорение).

Ø Занос задней оси, наоборот, увеличивает боковую силу – занос **прогрессирует**.

**Вывод:** с точки зрения заноса заднеприводные автомобили опаснее переднеприводных.

Для того, чтобы оценить способность оси автомобиля сопротивляться заносу, надо рассчитать:

1. Нормальную реакцию  $R_{zk}$ ;
2. Касательную реакцию  $R_{xk}$ ;
3. Запас боковой реакции колеса и оси;
4. Боковую силу;
5. Сравнить боковую силу и запас боковой реакции оси (определить запас оси против заноса).

### 8.5.1. Нормальные реакции по осям (случай без продольных ускорений)

$$R_{z1} = G_a \cdot \frac{L_2}{L} \quad R_{z2} = G_a \cdot \frac{L_1}{L}.$$

Распределение по колесам:

$$\text{Внешние колеса} \quad R'_{z1} = G_a \cdot \frac{L_2}{2 \cdot L} + \Delta R_{z1} \quad R'_{z2} = G_a \cdot \frac{L_1}{2 \cdot L} + \Delta R_{z2};$$

$$\text{Внутренние колеса} \quad R''_{z1} = G_a \cdot \frac{L_2}{2 \cdot L} - \Delta R_{z1} \quad R''_{z2} = G_a \cdot \frac{L_1}{2 \cdot L} - \Delta R_{z2}.$$

Перераспределение реакций зависит от крена  $\gamma$  и жесткости подвески:

$$\Delta R_{z1} = C_1 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B} \quad \Delta R_{z2} = C_2 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B}.$$

Зная  $\gamma$  (см. п. 8.4) получим:

$$R'_{z1} = G_a \cdot \frac{L_2}{2 \cdot L} + C_1 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B} \quad \text{и} \quad R''_{z1} = G_a \cdot \frac{L_2}{2 \cdot L} - C_1 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B};$$

Аналогично для задней оси

$$R'_{z2} = G_a \cdot \frac{L_1}{2 \cdot L} + C_2 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B} \quad \text{и} \quad R''_{z2} = G_a \cdot \frac{L_1}{2 \cdot L} - C_2 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{B};$$

$$\text{где } \gamma = \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{кр}}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{кр}}.$$

### 8.5.2. Касательные реакции

*Допущения:*

Ø При достижении предельной боковой силы сопротивление качению колес удваивается;

Ø Рост бокового сопротивления пропорционален росту бокового ускорения:

$$f_r = f_k \cdot \left( 1 + \frac{a_y}{a_{y \max}} \right).$$

$$\text{Известно } \left\{ \begin{array}{l} a_y = \frac{V^2}{R} \\ a_{y \max} = \varphi \cdot g \end{array} \right\}, \text{ тогда } f_r = f_0 \cdot (1 + A_f \cdot V^2) \cdot \left( 1 + \frac{V^2}{\varphi \cdot g \cdot R} \right).$$

Рассматриваем автомобиль классической компоновки.



**Ведомая ось:**

Общая реакция оси

$$R_{x1} = R_{z1} \cdot f_r$$

Реакция каждого колеса

$$R_{x1}^{\cdot} = R_{z1}^{\cdot} \cdot f_r \quad \text{и} \quad R_{x1}^{\cdot\cdot} = R_{z1}^{\cdot\cdot} \cdot f_r.$$

**Ведущая ось (без разгона):**

Момент на дифференциальной коробке:

$$T_0 = [G_a \cdot f_r + 0,5 \cdot c_x \cdot \rho \cdot A \cdot V^2] \cdot r_{\kappa 0}.$$

Моменты на колесах:

$$T^{\cdot} = T_0 \cdot \frac{1}{K_{\text{бл}} + 1} \quad \text{и} \quad T^{\cdot\cdot} = T_0 \cdot \frac{K_{\text{бл}}}{K_{\text{бл}} + 1},$$

а продольные реакции (с учетом потерь на сопротивление качению):

$$R_{x2}^{\cdot} = \frac{T^{\cdot} - R_{z2}^{\cdot} \cdot f_r \cdot r_{\kappa 0}}{r_{\kappa 0}} \quad \text{и} \quad R_{x2}^{\cdot\cdot} = \frac{T^{\cdot\cdot} - R_{z2}^{\cdot\cdot} \cdot f_r \cdot r_{\kappa 0}}{r_{\kappa 0}}.$$

**8.5.3. Запас боковой реакции колес и осей**

Ранее получено  $R_{yk}^{\max} = \sqrt{R_{zk}^2 \cdot \varphi^2 - R_{xk}^2}$  – боковая реакция, которую может передать колесо, тогда запас осей:

$$R_{y1}^{\max} = (R_{z1}^{\cdot} + R_{z1}^{\cdot\cdot}) \cdot \sqrt{(\varphi^2 - f_r^2)};$$

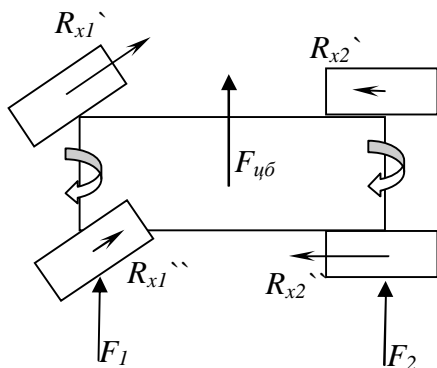
$$R_{y2}^{\max} = \sqrt{(R_{z2}^{\cdot})^2 \cdot \varphi^2 - (R_{x2}^{\cdot})^2} + \sqrt{(R_{z2}^{\cdot\cdot})^2 \cdot \varphi^2 - (R_{x2}^{\cdot\cdot})^2}.$$

**8.5.4. Боковая сила**

Это центробежная сила в повороте + боковая сила (ветра) + перераспределение реакций:

$$F_{\text{цб}1} = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_2}{L} \quad \text{и} \quad F_{\text{цб}2} = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_1}{L}.$$

Боковую силу (ветра) не рассматриваем.



**Перераспределение** продольных реакций  $R_x$  между бортами на каждой оси неодинаково: На ведомой оси перераспределение в пользу внешнего колеса, а на ведущей в пользу внутреннего (вертикальная реакция входит со знаком «минус», кроме того, у оси с самоблокирующимся дифференциалом положительный момент больше у внутреннего колеса, что усугубляет перераспределение):

$$R_{x1}^{\prime} > R_{x1}^{\prime\prime} \text{ и } R_{x2}^{\prime} < R_{x2}^{\prime\prime}$$

Из-за несимметричности реакций по бортам возникает поворачивающий момент:

$$T_n = [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2}.$$

Тогда суммарная боковая сила (без ветра):

$$F_1 = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_2}{L} + [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2 \cdot L} \text{ и}$$

$$F_2 = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_1}{L} - [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2 \cdot L}.$$

### 8.5.5. Запас оси против заноса

Для обеспечения устойчивости осей автомобиля против заноса необходимо выполнить условия

$$F_1 < R_{y1} \quad \text{и} \quad F_2 < R_{y2}.$$

*Коэффициент запаса оси против заноса:*

Передней  $K_1 = \frac{R_{y1} - F_{y1}}{R_{y1}}$ , задней  $K_2 = \frac{R_{y2} - F_{y2}}{R_{y2}}$ .

Так как занос задней оси прогрессирующий, а следовательно и более опасный, то вводят коэффициент запаса автомобиля против заноса задней оси (запас задней оси должен быть больше!!!):

$$K_{zy} = \frac{K_2}{K_1} - 1 > 0.$$

*Пример:* M2140;  $G_a = 14500$  Н;  $L_1 = L_2 = 1,2$  м;  $h_{kp} = 0,5$  м;  $c_x = 0,48$ ;  $B = 1,27$  м;  $H = 1,48$  м;  $C_1 = 20000$  Н·м/рад;  $C_2 = 16000$  Н·м/рад;  $V = 20$  м/с;  $R = 100$  м;  $r_{k0} = 0,3$  м;  $f_0 = 0,016$ . Дифференциал симметричный.

$$\gamma = \frac{14500 \cdot \frac{20^2}{9.81 \cdot 100} \cdot 0,5}{36000 - 14500 \cdot 0,5} = 0,1028 \text{ рад} = 5,9^\circ$$

$$R_{z1}^{\prime} = 14500 \cdot \frac{1,2}{2 \cdot 2,4} + 20000 \cdot 0,1028 \cdot \frac{1}{1,27} = 3625 + 1618,8 = 5244 \text{ Н};$$

$$R_{z1}^{\prime\prime} = 14500 \cdot \frac{1,2}{2 \cdot 2,4} - 20000 \cdot 0,1028 \cdot \frac{1}{1,27} = 3625 - 1618,8 = 2006 \text{ Н};$$

$$R_{z2}^{\prime} = 14500 \cdot \frac{1,2}{2 \cdot 2,4} + 16000 \cdot 0,1028 \cdot \frac{1}{1,27} = 3625 + 1295,1 = 4920 \text{ Н};$$

$$R_{z2}^{\prime\prime} = 14500 \cdot \frac{1,2}{2 \cdot 2,4} - 16000 \cdot 0,1028 \cdot \frac{1}{1,27} = 3625 - 1295,1 = 2330 \text{ Н};$$

$$f_r = 0,016 \cdot (1 + 5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 20^2) \cdot \left(1 + \frac{20^2}{0,8 \cdot 9,81 \cdot 100}\right) = 0,01952 \cdot 1,50968 = 0,029;$$

$$R_{x1} = 5244 \cdot 0,029 = 152 \text{ Н};$$

$$R_{x1} = 2006 \cdot 0,029 = 58 \text{ Н};$$

$$R_{y1} = \sqrt{5244^2 \cdot 0,8^2 - 152^2} + \sqrt{2006^2 \cdot 0,8^2 - 58^2} = 4192,4 + 1603,8 = 5796 \text{ Н};$$

$$T_0 = [14500 \cdot 0,029 + 0,5 \cdot 0,48 \cdot 1,24 \cdot 1,27 \cdot 1,48 \cdot 20^2] \cdot 0,3 = 193 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T = T_0 = 130/2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$R_{x2} = \frac{96,5 - 4920 \cdot 0,029 \cdot 0,3}{0,3} = 177 \text{ Н};$$

$$R_{x2} = \frac{96,5 - 2330 \cdot 0,029 \cdot 0,3}{0,3} = 254 \text{ Н};$$

$$R_{y2} = \sqrt{4920^2 \cdot 0,8^2 - 177^2} + \sqrt{2330^2 \cdot 0,8^2 - 254^2} = 3935,3 + 1858 = 5793 \text{ Н};$$

$$F_1 = \frac{14500}{9,8} \cdot \frac{20^2}{100} \cdot \frac{1,2}{2,4} + [(152 - 58) + (149 - 74)] \cdot \frac{1,27}{2 \cdot 2,4} = 2959,2 + 44,7 = 3004 \text{ Н};$$

$$F_2 = \frac{14500}{9,8} \cdot \frac{20^2}{100} \cdot \frac{1,2}{2,4} - [(152 - 58) + (149 - 74)] \cdot \frac{1,27}{2 \cdot 2,4} = 2959,2 - 44,7 = 2915 \text{ Н};$$

$$K_1 = \frac{5796 - 3004}{5796} = 0,48; \quad K_2 = \frac{5793 - 2915}{5793} = 0,5; \quad K_{zy} = \frac{0,5}{0,48} - 1 = 0,0417 > 0.$$

*Выводы:* Факторы, улучшающие устойчивость:

- Ø  $L_1 < L_2$  – центр масс смещен вперед;
- Ø  $C_1 > C_2$  – угловая жесткость передней подвески больше;
- Ø Уменьшение  $f_r$ ;
- Ø Боковой центр парусности смещен вперед.

Самостоятельно изучить [6]: Реакция автомобиля на изменение подачи топлива (перераспределение вертикальных реакций вызывает изменение запасов поперечных реакций, что может привести к срыву автомобиля в занос).

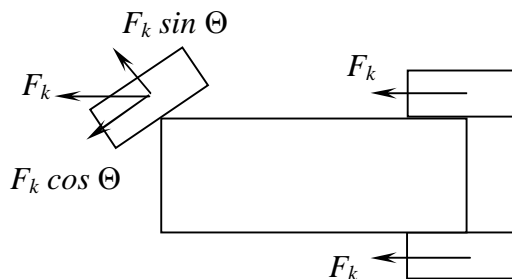
## Тема 9. Управляемость автомобиля

### 9.1. Общие сведения

Управляемость – способность автомобиля при движении **точно следовать** повороту управляемых колес.

Существует 3 основных способа изменения траектории автомобиля:

- Ø Притормаживание колес одного борта и/или увеличение скорости колес другого борта (повышенный износ шин).
- Ø Поворот за счет разлома шарнирно сочлененной рамы (усложнение подвода крутящего момента к задним осям).
- Ø Отклонение плоскости вращения управляемых колес (наиболее распространенная схема).



Условия движения автомобиля в заданном направлении:

$F_k \cdot \cos \Theta \geq R_z \cdot f$  – возможность движения;

$F_k \cdot \sin \Theta < R_z \cdot \sqrt{\varphi^2 - f^2}$  – условие заноса.

$$\frac{R_z \cdot f}{\cos \Theta} \leq F_k < \frac{R_z \cdot \sqrt{\varphi^2 - f^2}}{\sin \Theta}.$$

Пример: Автомобиль поворачивает на пашне

$f = 0,103$ ;  $\varphi = 0,3$ ;  $\Theta = 30^\circ$ ;  $R_z = 3625$  Н.

$$\frac{3625 \cdot 0,103}{\cos 30} \leq F_k < \frac{3625 \cdot \sqrt{0,3^2 - 0,103^2}}{\sin 30}$$

$2042,8 \leq F_k < 431,1$  – условие не выполнено.

### 9.2. Рулевая трапеция

Если повернуть передние колеса на один и тот же угол, то появится скольжение обоих колес!!! Это плохо сказывается на управляемости.

Из  $\Delta$  АОБ 
$$ctg \Theta_u = \frac{OB}{AB};$$

Из  $\Delta$  ДОС 
$$ctg \Theta_{en} = \frac{OC}{ДС};$$

$$AB = DC = L.$$

$$\operatorname{ctg} \Theta_{\text{н}} - \operatorname{ctg} \Theta_{\text{вн}} = \frac{OB - OC}{DC} = \frac{B}{L}.$$

Пример:

M2140  $B = 1,27$  м;  $L = 2,4$  м;  $R_{\text{к}} = 5$  м.

$\operatorname{ctg} \Theta_{\text{н}} - \operatorname{ctg} \Theta_{\text{вн}} = 1,27/2,4 = 0,53$ .

$\Theta_{\text{вн}} = \operatorname{arcctg} (L/(R_{\text{к}} - 0,5 \cdot B))$ .

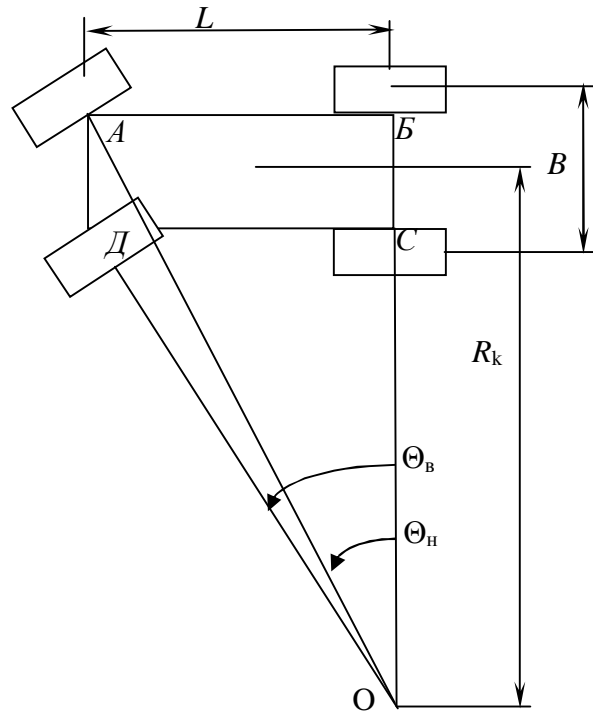
$\Theta_{\text{вн}} = \operatorname{arcctg} (2,4/(5 - 0,5 \cdot 1,27)) = 28,8^\circ$ .

$\Theta_{\text{н}} = \operatorname{arcctg} (L/(R_{\text{к}} + 0,5 \cdot B))$ .

$\Theta_{\text{н}} = \operatorname{arcctg} (2,4/(5 + 0,5 \cdot 1,27)) = 23^\circ$ .

Для выполнения условия соотношения углов поворота колес нужен сложный многосвязный механизм.

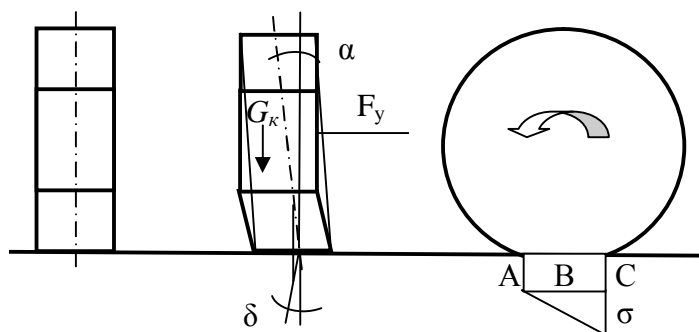
Однако сложные рулевые механизмы не оправданны: При малых скоростях выполняют *маневрирование*. При больших скоростях – *подруливание*. Большие погрешности возникают только при больших углах поворота (т.е. на малых скоростях). Поэтому идут на компромисс: применяют 4-х звенный механизм.



### 9.3. Динамика автомобиля на эластичных колесах

#### 9.3.1. Силовой увод шины

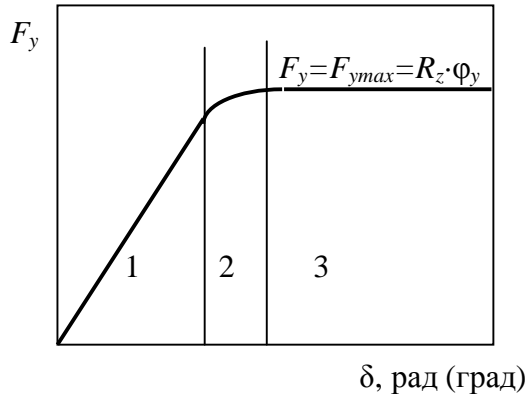
Под воздействием боковой силы  $F_y$  беговая дорожка колеса деформируется – образуется угол наклона беговой дорожки  $\alpha$ .



Если на вращающееся колесо начнет действовать боковая сила, то вектор скорости колеса отклонится от первоначального на некий угол  $\delta$  – угол силового увода (угол между линией пересечения плоскости вращения колеса с дорогой и вектором скорости колеса):

Пояснение к схеме:

- Ø т. А – беговая дорожка только вошла в контакт с дорогой и пока не деформирована;
- Ø т. В – середина контакта беговая дорожка деформирована на некоторую величину;
- Ø т. С – конец зоны контакта – максимальная деформация беговой дорожки.



Увод колеса с эластичной шиной зависит от боковой силы:

- 1 – зона чистого увода – сила пропорциональна углу увода;
- 2 – зона увода со скольжением;
- 3 – зона чистого скольжения (занос):

$$F_y = F_{y max} = R_z \cdot \phi_y.$$

Вторая зона крайне не устойчивая, поэтому ее часто пренебрегают.

В зоне чистого увода вводят **коэффициент сопротивления уводу**:

$$\delta = \frac{F_y}{K_\delta} \text{ [рад]} \Leftrightarrow K_\delta = \frac{F_y}{\delta} \text{ [Н/рад]}.$$

*Пример:* шина 6,45 – 13  $K_\delta = 36000$  Н/рад.

При нормальных условиях (ведомый режим при паспортной (нормальной) вертикальной нагрузке) задают  $K_{\delta n}$ .

Только при отсутствии опытных данных  $K_{\delta n}$  допустимо определять (современные шины имеют значительно больший коэффициент сопротивления уводу, чем рассчитан по нижеследующим зависимостям):

$$K_{\delta n} = 780 \cdot B_k \cdot (d + 2B_k) \cdot (p_{ui} + 98) \text{ – для радиальных шин};$$

$$K_{\delta n} = 500 \cdot B_k \cdot (d + 2B_k) \cdot (p_{ui} + 98) \text{ – для диагональных шин},$$

где  $p_{ui}$  – давление в шине, кПа;  $B_k$  – ширина профиля шины, м;  $d$  – посадочный диаметр шины, м.

**Коэффициент сопротивления уводу  $K_\delta$  зависит от:**

- Ø конструкции шины (радиальная жестче диагональной);
- Ø давления в шине: с увеличением давления растет  $K_\delta$ ;
- Ø продольной реакции  $R_x$ :

$$K_\delta = K_{\delta n} \cdot q_x.$$

т. к.  $R_{x max} = R_z \cdot \phi_x$ , то

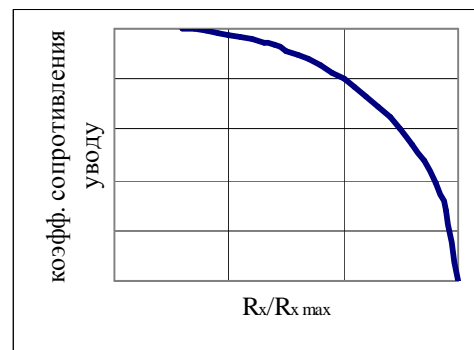
$$q_x = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R_x}{\phi \cdot R_z}\right)^2}}{1 + 0,375 \cdot \frac{R_x}{R_z}}.$$

$$R_x = 0,20 \cdot R_{x max} \Rightarrow K_\delta = 0,979 \cdot K_{\delta 0}$$

$$R_x = 0,40 \cdot R_{x max} \Rightarrow K_\delta = 0,916 \cdot K_{\delta 0}$$

$$R_x = 0,60 \cdot R_{x max} \Rightarrow K_\delta = 0,800 \cdot K_{\delta 0}$$

$$R_x = 0,80 \cdot R_{x max} \Rightarrow K_\delta = 0,600 \cdot K_{\delta 0}$$



Ø нормальной реакции  $R$  по Литвинову:

$$K_{\delta} = K_{\delta H} \cdot \left[ 2,4 \cdot \frac{R_z}{R_{ZH}} - 1,8 \cdot \left( \frac{R_z}{R_{ZH}} \right)^2 + 0,4 \cdot \left( \frac{R_z}{R_{ZH}} \right)^3 \right]$$

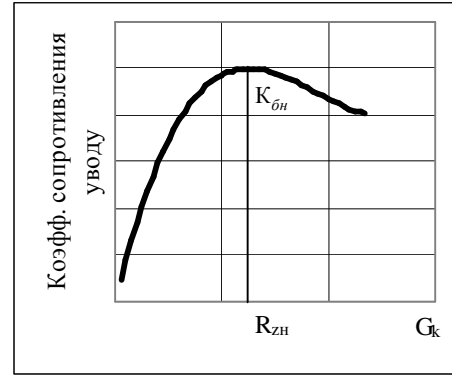
$$K_{\delta} = K_{\delta H} \cdot q_z$$

$$R_z = -20 \% \Rightarrow K_{\delta} = 0,973 \cdot K_{\delta H}$$

$$R_z = +20 \% \Rightarrow K_{\delta} = 0,979 \cdot K_{\delta H}$$

$R_{ZH}$  – номинальная нагрузка на колесо.

$$K_{\delta} = K_{\delta H} \cdot q_x \cdot q_z$$



*Выводы:*

1. Колесо в ведущем режиме имеет  $K_{\delta}$  меньше, чем в ведомом.
2. При номинальной вертикальной нагрузке колесо имеет максимальный коэффициент сопротивления уводу.
3. Коэффициент сопротивления уводу оси в целом равен сумме коэффициентов сопротивления силовому уводу колес:

$$\delta_i^c = \frac{F_{yi}}{K_{\delta}^{\prime} + K_{\delta}^{\prime\prime}} \text{ – силовой увод оси (только за счет эластичности шин).}$$

4. Коэффициент сопротивления силовому уводу оси всегда уменьшается при крене кузова. Уменьшение тем существеннее, чем больше угловая жесткость подвески.

*Пример.* Автомобиль проходит поворот:

$$R_{ZH} = 5200 \text{ Н}; R_{z1\theta} = 2050 \text{ Н}; R_{ZH} = 3625 \text{ Н}; K_{\delta H} = 31500 \text{ Н/рад}; R_x^{\prime} = 148 \text{ Н}; R_x^{\prime\prime} = 75 \text{ Н}.$$

$$K_{\delta H} = 31500 \cdot \left[ 2,4 \cdot \frac{5200}{3625} - 1,8 \cdot \left( \frac{5200}{3625} \right)^2 + 0,4 \cdot \left( \frac{5200}{3625} \right)^3 \right] = 28966 \text{ Н/рад}.$$

$$K_{\delta 1\theta} = 31500 \cdot \left[ 2,4 \cdot \frac{2050}{3625} - 1,8 \cdot \left( \frac{2050}{3625} \right)^2 + 0,4 \cdot \left( \frac{2050}{3625} \right)^3 \right] = 26899 \text{ Н/рад}.$$

$$K_{\delta}^{\prime} = 28966 \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{148}{5200 \cdot 0,8} \right)^2} = 28947 \text{ Н/рад}.$$

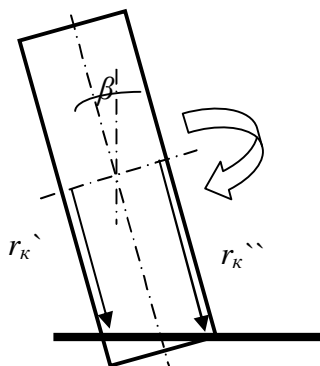
$$K_{\delta}^{\prime\prime} = 26899 \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{75}{2050 \cdot 0,8} \right)^2} = 26871 \text{ Н/рад}.$$

Изменение суммарного коэффициента сопротивления уводу внутреннего и наружного колес в повороте из-за перераспределения реакций по сравнению с прямолинейным движением:

$$\frac{28947 + 26871}{31500 + 31500} = \frac{55818}{63000} = 0,886.$$

*Коэффициент сопротивления силовому уводу двух колес уменьшается на 11,4 %. (и это всего-то в ведомом режиме!!! В ведущем или тормозном режиме снижение  $K_{\delta}$  катастрофическое!!!)*

### 9.3.2. Кинематический увод шины



Крен кузова обычно вызывает наклон плоскости вращения колеса. Наклон колеса определяется кинематикой подвески.

1. *Зависимая подвеска.* Крен кузова не вызывает наклона плоскости вращения колес (за счет кинематики). Однако перераспределение вертикальных реакций приводит к различной деформации колес, а, следовательно, и к наклону оси и колес.

2. *Независимая подвеска на двойных поперечных рычагах (так же и на продольных).* Колесо кренится в сторону крена кузова.

3. *Независимая подвеска на одном поперечном рычаге.* Колесо кренится в сторону, противоположную крену кузова.

4. *Подвеска МакФерсон.* Промежуточное положение между 1 и 2. Угол крена  $\beta$  колеса связан с углом крена  $\gamma$  кузова коэффициентом пропорциональности  $K_\gamma$ :

$$\beta = K_\gamma \cdot \gamma,$$

Для подвески на двойных поперечных рычагах  $K_\gamma = 0,8$ .

Для МакФерсона  $K_\gamma = 0,6$ ;

на одном поперечном  $K_\gamma < 0$ .

**Наклон колеса приводит к кинематическому уводу.**  $\delta = K_\beta \cdot \beta$ ,

где  $K_\beta$  – коэффициент кинематического увода шины,  $K_\beta = 0,2$  (для 6,45–13)

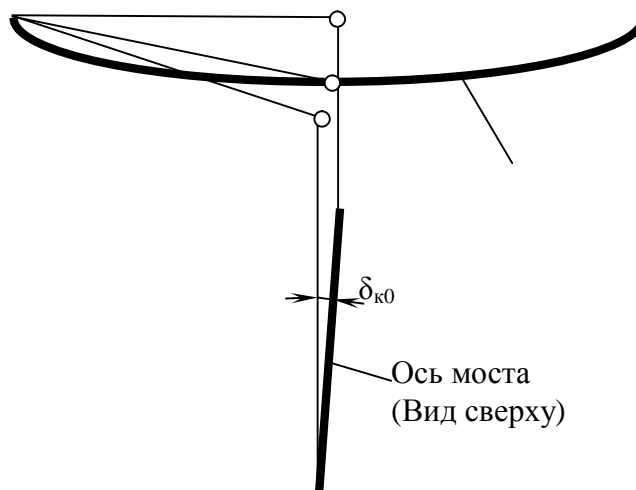
т.к.  $\beta = K_\gamma \cdot \gamma$ , то  $\delta_{кк} = K_\beta \cdot K_\gamma \cdot \gamma$

### 9.3.3. Кинематический увод оси

Кинематический увод оси  $\delta_{к0}$  вызван разворотом оси при крене кузова

$$\delta_{к0} = K_x \cdot \gamma,$$

где  $K_x$  – характеристика подвески (коэффициент, численно равный углу поворота оси автомобиля при поперечном крене 1°)





**Общий увод оси автомобиля:**

$$\delta_i = \delta_i^c + \delta_{\text{кк}} + \delta_{\text{к0}} = \frac{F_y}{K_{\delta_i}^{\prime} + K_{\delta_i}^{\prime\prime}} + K_{\beta} \cdot K_{\gamma} \cdot \gamma + K_{\kappa} \cdot \gamma.$$

Учитывая

$$F_i = \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_{3-i}}{L} \pm [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2 \cdot L} \quad (\text{см. 8.5.4})$$

$$\text{и} \quad \gamma = \frac{\frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot h_{\text{кр}}}{C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{\text{кр}}} \quad (\text{см. 8.4.3}),$$

получим

$$\begin{aligned} \delta_i &= \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_{3-i}}{L} \cdot \left( \frac{1 \pm [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2 \cdot L}}{K_{\delta}^{\prime} + K_{\delta}^{\prime\prime}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{K_{\beta} \cdot K_{\gamma} \cdot h_{\text{кр}} \cdot L}{(C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{\text{кр}}) \cdot L_{3-i}} + \frac{K_{\kappa} \cdot h_{\text{кр}} \cdot L}{(C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{\text{кр}}) \cdot L_{3-i}} \right) = \\ &= \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_{3-i}}{L} \cdot \underbrace{\left( \frac{1 \pm [(R_{x1}^{\prime} - R_{x1}^{\prime\prime}) + (R_{x2}^{\prime\prime} - R_{x2}^{\prime})] \cdot \frac{B}{2 \cdot L}}{K_{\delta}^{\prime} + K_{\delta}^{\prime\prime}} + \frac{(K_{\beta} \cdot K_{\gamma} + K_{\kappa}) \cdot h_{\text{кр}} \cdot L}{(C_1 + C_2 - G_a \cdot h_{\text{кр}}) \cdot L_{3-i}} \right)}_{1/K_i} \\ \delta_i &= \frac{G_a}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{L_{3-i}}{L} \cdot \left( \frac{1}{K_i} \right) \Rightarrow \delta_i = \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \frac{G_i}{K_i} \end{aligned}$$

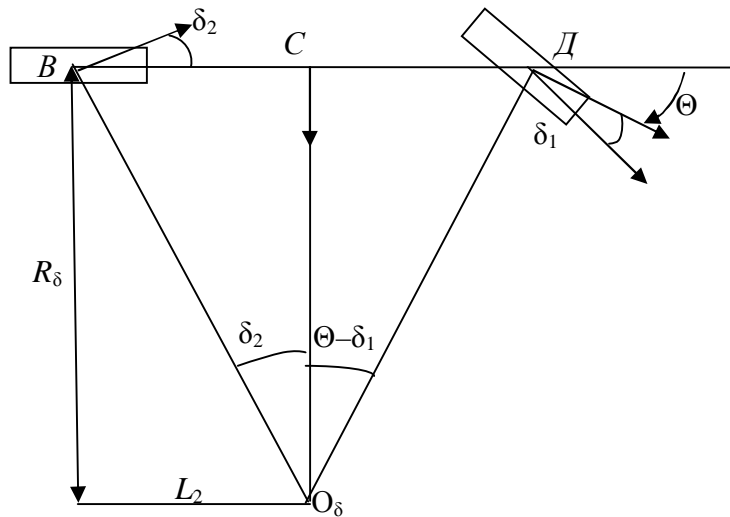
где  $K_i$  – эквивалентный коэффициент сопротивления уводу оси; + для передней оси; – для задней оси.

#### 9.4. Поворот автомобиля на эластичных колесах

Рассмотрим «велосипедную» схему.

Автомобиль движется в повороте на эластичных колесах.

Уводит как передние, так и задние колеса.



$\delta_{1,2}$  – эквивалентный увод передней и задней оси.

$$\text{Из } \triangle O_{\delta}CD: \quad \operatorname{tg}(\Theta - \delta_1) = \frac{CD}{O_{\delta}C}.$$

$$\text{Из } \triangle O_{\delta}CB: \quad \operatorname{tg}\delta_1 = \frac{CB}{O_{\delta}C}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg}(\Theta - \delta_1) + \operatorname{tg}\delta_2 = \frac{BC + CD}{O_{\delta}C} = \frac{L}{R_{\delta}};$$

$$R_{\delta} = \frac{L}{\operatorname{tg}(\Theta - \delta_1) + \operatorname{tg}\delta_2} \quad \text{или для малых углов:}$$

$$R_{\delta} = \frac{L}{\Theta - \delta_1 + \delta_2}.$$

*Примечание:* При движении на жестких колесах  $R_{\delta} = L/\theta$ .

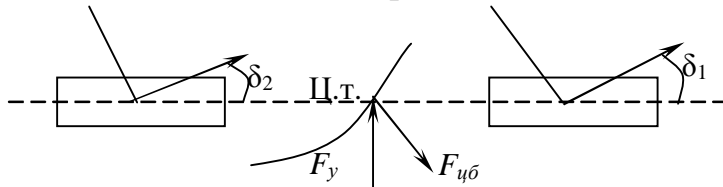
*Выводы:*

1. Если увод передней оси больше  $\delta_1 > \delta_2$ , то радиус поворота растёт  $R_{\delta} > R_{жс}$ . Такие автомобили называют автомобилями с **недостаточной поворачиваемостью**.
2. Если увод осей одинаков  $\delta_1 = \delta_2$ , то радиус поворота на эластичных колесах равен радиусу поворота на жестких:  $R_{\delta} = R_{жс}$ . Такие автомобили называют автомобилями с **нейтральной поворачиваемостью**.
3. Если увод передней оси меньше  $\delta_1 < \delta_2$ , то радиус поворота уменьшается  $R_{\delta} < R_{жс}$ . Такие автомобили называют автомобилями с **избыточной поворачиваемостью**.

## Поворачиваемость автомобиля

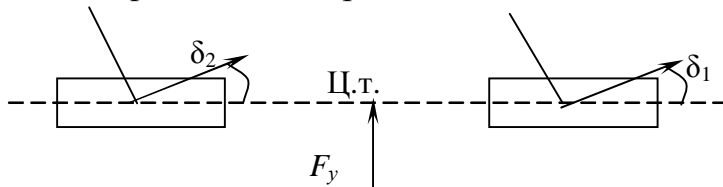
Поворачиваемость автомобиля сказывается не только в повороте, но и при прямолинейном движении, если есть воздействие боковой силы (ветер, склон):

1. Недостаточная поворачиваемость  $\delta_1 > \delta_2$ :



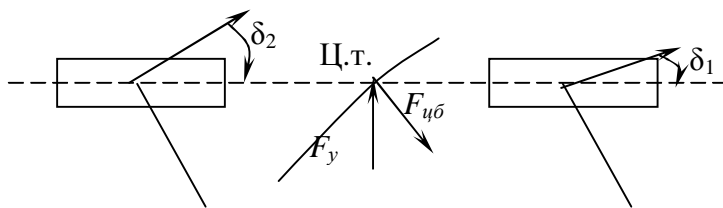
При воздействии боковой силы появляется центробежная сила, которая гасит возмущение. Автомобиль устойчив. Курс немного меняется, но коррекция рулем компенсирует это изменение. Автомобиль движется прямо, но передние колеса немного повернуты.

2. Нейтральная поворачиваемость  $\delta_1 = \delta_2$ :



Автомобиль боком «сползает» с дороги. Коррекция рулем легко компенсирует возмущение. Автомобиль движется «немного боком» к курсу.

3. Избыточная поворачиваемость  $\delta_1 < \delta_2$ :



При воздействии боковой силы появляется центробежная сила, которая **не** гасит возмущение. Автомобиль не устойчив. Курс меняется, коррекция рулем возможно (не всегда!!!) компенсирует это изменение. Автомобиль движется боком, передние колеса повернуты.

**Вывод:** Современный скоростной автомобиль при любой нагрузке должен иметь *определенную* недостаточную поворачиваемость.

## 9.5. Комплексная оценка управляемости автомобиля

### 9.5.1. Коэффициент недостаточной поворачиваемости

Увод оси определяется эквивалентным (т.е. суммарным, учитывающим все виды увода оси) коэффициентом сопротивления боковому уводу:

$$\delta_1 = \frac{F_y}{K_1} = \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \frac{G_1}{K_1} \quad \text{и} \quad \delta_2 = \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \frac{G_2}{K_2}.$$

Найдем радиус поворота автомобиля на эластичных колесах

$$R_\delta = \frac{L}{\Theta - \delta_1 + \delta_2} = \frac{L}{\Theta - \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right)}.$$

$K_{\text{н\deltaп}} = \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2}$  – коэффициент недостаточной поворачиваемости.

$K_{\text{н\deltaп}} > 0$  – недостаточная поворачиваемость;

$K_{\text{н\deltaп}} = 0$  – нейтральная поворачиваемость;

$K_{\text{н\deltaп}} < 0$  – избыточная поворачиваемость.

*Замечание:*  $K_{\text{н\deltaп}}$  – величина размерная [рад], следовательно, субъективная. Сравнить *разные* автомобили этим коэффициентом нельзя!!!

### 9.5.2. Коэффициент запаса управляемости

На базе автомобиля можно найти такую точку, которую будем называть **центром боковых реакций** (ЦБР). Если к ЦБР приложить боковую силу, то уводы осей будут равны  $\delta_1 = \delta_2$ .

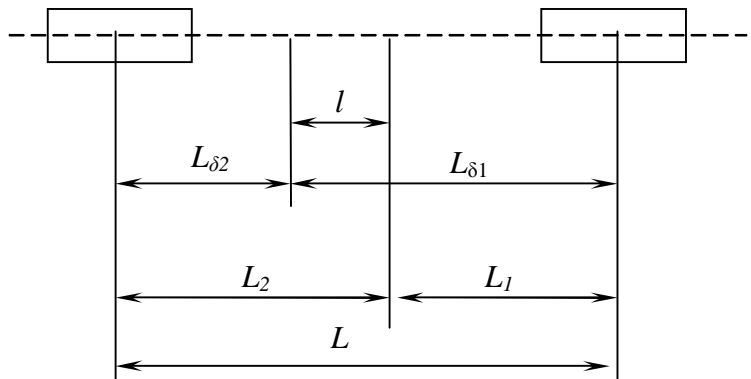
$$\delta_1 = \frac{F_{y1}}{K_1} \quad \text{и} \quad \delta_2 = \frac{F_{y2}}{K_2}.$$

Найдем силы:

$$F_{y1} = F_y \cdot \frac{L_{\delta 2}}{L} \quad \text{и} \quad F_{y2} = F_y \cdot \frac{L_{\delta 1}}{L}.$$

Тогда

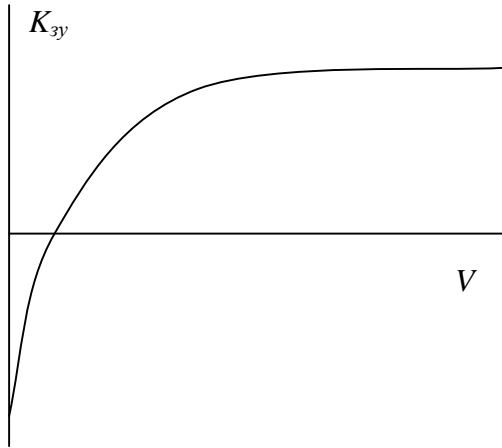
$$\delta_1 = F_y \frac{L_{\delta 1}}{L \cdot K_2} \quad \text{и} \quad \delta_2 = F_y \frac{L_{\delta 2}}{L \cdot K_1}.$$



Учитывая, что  $\delta_1 = \delta_2$  и  $L_{\delta 1} = L - L_{\delta 2}$ , получим:

$$\frac{L - L_{\delta 2}}{K_2} = \frac{L_{\delta 2}}{K_1} \quad \Leftrightarrow \quad L_{\delta 2} = L \cdot \frac{K_1}{K_1 + K_2} \quad \text{и} \quad L_{\delta 1} = L \cdot \frac{K_2}{K_1 + K_2}.$$

*Замечание:* Смещение ЦБР относительно ЦМ к задней оси означает недостаточную поворачиваемость. Такое смещение считают положительным.



$K_{zu} = \frac{l}{L}$  – коэффициент запаса управляемости.

Идеальный вид характеристики показан на рисунке. Такая характеристика возможна у полноуправляемых автомобилей, т. е. автомобилей у которых все колеса управляемые: на малых скоростях у автомобиля должна быть избыточная поворачиваемость (для повышения маневренности), а на больших скоростях – недоста-

точная (задние колеса поворачиваются в сторону поворота):

### 9.5.3. Статическая чувствительность автомобиля к управлению

Для оценки связи управляющего воздействия водителя и поведения автомобиля введем передаточную функцию:

$W = X_{\text{вых}}/X_{\text{вх}}$  – статическая чувствительность автомобиля к управлению.

Входной сигнал –  $\Theta$  – угол поворота колес

Для малых углов допустим, что  $\text{tg } \Theta = \Theta = L/R$ .

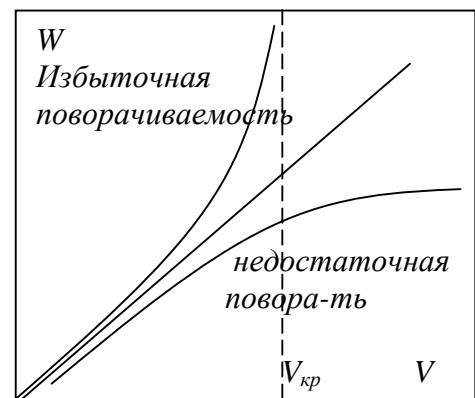
Выходной сигнал –  $\omega = V/R$  – угловая скорость автомобиля.

$$W = \omega/\Theta \quad \Leftrightarrow \quad W = V/R \cdot R/L = V/L.$$

Для автомобиля на эластичных колесах статическая чувствительность автомобиля к управлению будет выглядеть следующим образом:

Известно (см. 9.5.1)

$$R = \frac{L}{\Theta - \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right)} \quad \text{откуда} \quad \Theta = \frac{L}{R} + \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right),$$



$$\text{тогда } W = \frac{\omega}{\Theta} = \frac{\frac{V}{R}}{\frac{L}{R} + \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right)} \quad \text{или} \quad W = \frac{V}{L + \frac{V^2}{g} \cdot K_{\text{идн}}}.$$

Рассмотрим различные условия:

а) Автомобиль имеет избыточную поворачиваемость. При внешнем возмущении происходит занос автомобиля, т.е. радиус поворота равен нулю:

$$\Theta = \frac{L}{R} + \frac{V^2}{g \cdot R} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right) \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{L}{\Theta} + \frac{V^2}{g \cdot \Theta} \cdot \left( \frac{G_2}{K_2} - \frac{G_1}{K_1} \right) = 0$$

$$L + \frac{V^2}{g} \cdot \left( \frac{G_2}{K_2} - \frac{G_1}{K_1} \right) = 0$$

$$V_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{g \cdot L}{\frac{G_2}{K_2} - \frac{G_1}{K_1}}}$$

– **критическая скорость** – скорость, при которой радиус

поворота равен нулю – полная потеря управляемости!!!

б) Автомобиль имеет недостаточную поворачиваемость. При внешнем возмущении происходит увеличение радиуса поворота автомобиля.

Ограничим увеличение радиуса движения автомобиля не более двух раз, тогда:

$$R = \frac{L}{\Theta} + \frac{V^2}{g \cdot \Theta} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right) = \frac{2L}{\Theta} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V^2}{g \cdot \Theta} \cdot \left( \frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2} \right) = \frac{L}{\Theta}$$

$$V_{\text{хар}} = \sqrt{\frac{g \cdot L}{\frac{G_1}{K_1} - \frac{G_2}{K_2}}}$$

– **характерная скорость** – скорость, при которой ради-

ус поворота увеличивается вдвое.

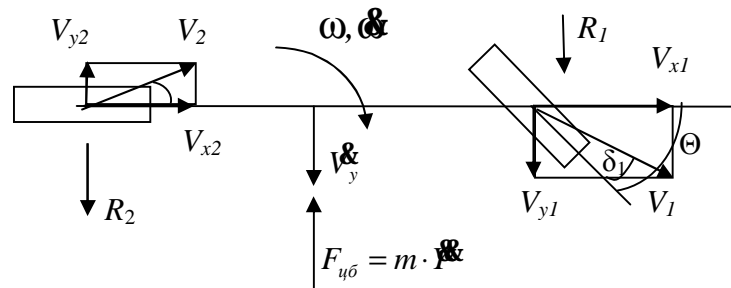
**Вывод:**

1. При избыточной поворачиваемости максимальная скорость автомобиля должна быть значительно меньше критической  $V_{\text{max}} \ll V_{\text{кр}}$ .

2. При недостаточной поворачиваемости максимальная скорость автомобиля не должна превышать характерной скорости  $V_{\text{max}} < V_{\text{хар}}$ .

3. При недостаточной поворачиваемости для увеличения  $V_{\text{хар}}$  можно снижать  $K_2$  или увеличивать  $K_1$ .

### 9.6. Динамика поворота автомобиля на эластичных колесах



Рассмотрим два последовательных положения автомобиля через интервал времени  $\Delta t$  и спроецируем новые скорости на старые, затем вычтем старые:  $\Delta \bar{V}_y = (V_y + \Delta V_y) \cdot \cos \Delta \varphi + (V_x + \Delta V_x) \cdot \sin \Delta \varphi - V_y$ ;

Т.к.  $\Delta t \rightarrow 0$ , то  $\Delta \varphi \rightarrow 0 \Rightarrow \cos \Delta \varphi \rightarrow 1$ ,  $\sin \Delta \varphi \rightarrow \Delta \varphi$ , тогда получим

$$\Delta \bar{V}_y = V_y + \Delta V_y + V_x \cdot \Delta \varphi + \Delta V_x \cdot \Delta \varphi - V_y$$

четвертым членом пренебрегаем и берем производную:

$$\ddot{y} = \frac{\Delta \bar{V}_y}{\Delta t} = \frac{\Delta V_y}{\Delta t} + V_x \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \rightarrow \ddot{y} = \dot{V}_y + V_x \cdot \omega - \text{полное боковое ускорение.}$$

ние.

$$\begin{cases} m \ddot{y} = R_1 + R_2 & \text{— равновесие сил и моментов сил;} \\ J_z \ddot{\Theta} = R_1 \cdot l_1 - R_2 \cdot l_2 \\ \begin{cases} m(\dot{V}_y + V_x \cdot \omega) = K_1 \cdot \delta_1 + K_2 \cdot \delta_2 \\ J_z \ddot{\Theta} = K_1 \cdot \delta_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot \delta_2 \cdot l_2 \end{cases} \end{cases}$$

Найдем  $\delta_{1,2}$  и  $R_{1,2}$ .

$$\Theta - \delta_1 = \text{tg}(\Theta - \delta_1) = \frac{V_{y1}}{V_x}, \text{ учитывая } V_{y1} = V_y + l_1 \cdot \omega \text{ получим}$$

$$\delta_1 = \Theta - \frac{V_{y1}}{V_x} = \Theta - \frac{V_y}{V_x} - \frac{l_1}{V_x} \cdot \omega;$$

учитывая  $V_{y2} = l_1 \cdot \omega - V_y$  получим

$$\delta_2 = \text{tg} \delta_2 = \frac{V_{y2}}{V_x} = \frac{l_2}{V_x} \cdot \omega - \frac{V_y}{V_x}.$$

$$R_1 = K_1 \cdot \Theta - \frac{K_1}{V_x} \cdot V_y - \frac{K_1 \cdot l_1}{V_x} \cdot \omega;$$

$$R_2 = \frac{K_2 \cdot l_2}{V_x} \cdot \omega - \frac{K_2}{V_x} \cdot V_y.$$

Теперь система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} m(\dot{V}_y + V_x \cdot \omega) = K_1 \cdot \Theta - \frac{K_1}{V_x} \cdot V_y - \frac{K_1 \cdot l_1}{V_x} \cdot \omega + \frac{K_2 \cdot l_2}{V_x} \cdot \omega - \frac{K_2}{V_x} \cdot V_y \\ J_z \ddot{\Theta} = K_1 \cdot l_1 \cdot \Theta - \frac{K_1 \cdot l_1}{V_x} \cdot V_y - \frac{K_1 \cdot l_1^2}{V_x} \cdot \omega - \frac{K_2 \cdot l_2^2}{V_x} \cdot \omega + \frac{K_2 \cdot l_2}{V_x} \cdot V_y \end{cases}$$

перегруппируем уравнения:

$$\begin{cases} m \cdot \dot{V}_y + m \cdot V_x \cdot \omega + \frac{K_1 + K_2}{V_x} \cdot V_y + \frac{K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{V_x} \cdot \omega = K_1 \cdot \Theta \\ J_z \ddot{\Theta} + \frac{K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{V_x} \cdot V_y + \frac{K_1 \cdot l_1^2 + K_2 \cdot l_2^2}{V_x} \cdot \omega = K_1 \cdot l_1 \cdot \Theta \end{cases}$$

Разделим первое уравнение на  $m$ , а второе на  $J_z$  и сгруппируем первое:

$$\begin{cases} \dot{V}_y + \frac{K_1 + K_2}{m \cdot V_x} \cdot V_y + \frac{m \cdot V_x^2 + K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{m \cdot V_x} \cdot \omega = \frac{K_1}{m} \cdot \Theta \\ \ddot{\Theta} + \frac{K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{J_z \cdot V_x} \cdot V_y + \frac{K_1 \cdot l_1^2 + K_2 \cdot l_2^2}{J_z \cdot V_x} \cdot \omega = \frac{K_1 \cdot l_1}{J_z} \cdot \Theta \end{cases}$$

Введем коэффициенты  $a_{1,2,3,4}$

$$a_1 = \frac{K_1 + K_2}{m \cdot V_x}; \quad a_2 = \frac{m \cdot V_x^2 + K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{m \cdot V_x};$$

$$a_3 = \frac{K_1 \cdot l_1 - K_2 \cdot l_2}{J_z \cdot V_x}; \quad a_4 = \frac{K_1 \cdot l_1^2 + K_2 \cdot l_2^2}{J_z \cdot V_x};$$

$$\begin{cases} \dot{V}_y + a_1 \cdot V_y + a_2 \cdot \omega = \frac{K_1}{m} \cdot \Theta \\ \ddot{\Theta} + a_3 \cdot V_y + a_4 \cdot \omega = \frac{K_1 \cdot l_1}{J_z} \cdot \Theta \end{cases} \quad \text{— общая система уравнений движения.}$$

При анализе динамики движения автомобиля рассматривают три основных процесса:

Ø Рывок руля:

$$\Theta = K_\Theta \cdot t,$$

Где  $K_\Theta$  – коэффициент скорости поворота руля.

Ø Переставка.

Ø Синусоида:

$$\Theta = A_\Theta \cdot \sin \beta t,$$

где  $A_\Theta$  – амплитуда поворота колес, рад;  $\beta$  – частота поворота колес.



## 9.7. Автоколебания управляемых колес вокруг шкворня

Подвеска автомобиля – сложная и взаимосвязанная система: вертикальные колебания вращающегося колеса вызывает гироскопический момент, изменяющий направление качения колеса. Рассмотрим это явление подробнее.

В передней подвеске существует две колебательные системы:

1. Колебания колес (подвески) в плоскости YOZ.

Характеризуется следующими параметрами:

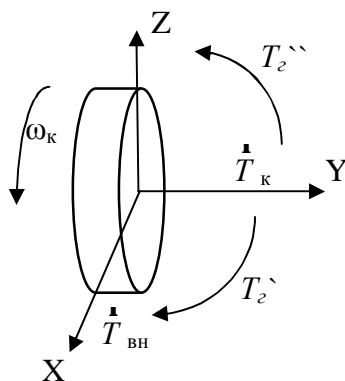
- ∅  $\psi$  – угол наклона оси колес (моста);
- ∅  $C_\psi$  – угловая жесткость подвески;
- ∅  $J_\psi$  – момент инерции оси колес (вокруг оси X);
- ∅  $\omega_\psi = \sqrt{\frac{C_\psi}{J_\psi}}$ .

2. Колебания колес в плоскости XOY.

Характеризуется следующими параметрами:

- ∅  $\varphi$  – угол поворота колес;
- ∅  $C_\varphi$  – жесткость деталей и рулевого привода в целом;
- ∅  $J_\varphi$  – момент инерции колес и привода вокруг оси Z;
- ∅  $\omega_\varphi = \sqrt{\frac{C_\varphi}{J_\varphi}}$ .

Эти колебательные системы связаны гироскопическим эффектом



Кинетический момент колеса:

$$A_k = J_k \cdot \omega_k,$$

где момент инерции колеса  $J_k$ .

Вектор кинетического момента колеса направлен по оси OY ( $\dot{T}_k$ ).

Угловые колебания подвески происходят в плоскости YOZ. Они вызваны внешним моментом  $\dot{T}_{вн}$  (например, неровностями дороги), вектор которого направлен по оси OX.

Возникает гироскопический момент:

$T_2' = J_k \cdot \omega_k \cdot \dot{\psi}$  – этот момент «тянет» вектор кинетического момента к вектору внешнего момента – **колесо поворачивается на угол  $\varphi$** . Теперь поворот на  $\varphi$  является внешним моментом. Появляется второй гироскопический момент:  $T_2'' = J_k \cdot \omega_k \cdot \dot{\varphi}$ . Этот момент «тянет» вектор кинетического момента к вектору первого гироскопического момента – **колесо наклоняется на угол  $\Delta\psi$** .

*Совпадение частоты собственных колебаний системы с частотой*

внешнего возмущения может привести к резонансу, что не допустимо.

Найдем собственную частоту системы.

$$\begin{array}{c} T_2'' \\ \left\{ \begin{array}{l} J_\psi \cdot \ddot{\psi} + 2 \cdot J_K \cdot \omega_K \cdot \dot{\psi} + C_\psi \cdot \psi = 0 \\ J_\phi \cdot \ddot{\phi} - 2 \cdot J_K \cdot \omega_K \cdot \dot{\phi} + C_\phi \cdot \phi = 0 \end{array} \right. \\ T_2' \end{array}$$

Пусть  $\psi = A \sin \Omega t$ ;  $\dot{\psi} = A \Omega \cos \Omega t$ ;  $\ddot{\psi} = -A \Omega^2 \sin \Omega t$

и  $\phi = B \sin \Omega t$ ;  $\dot{\phi} = B \Omega \cos \Omega t$ ;  $\ddot{\phi} = -B \Omega^2 \sin \Omega t$ .

Из первого уравнения  $\frac{A}{B} = \frac{C_\phi - J_\phi \cdot \Omega^2}{2 \cdot J_k \cdot \omega_k \cdot \Omega}$ .

Из второго уравнения  $\frac{A}{B} = \frac{2 \cdot J_k \cdot \omega_k \cdot \Omega}{C_\psi - J_\psi \cdot \Omega^2}$ .

Приравняем  $\frac{C_\phi - J_\phi \cdot \Omega^2}{2 \cdot J_k \cdot \omega_k \cdot \Omega} = \frac{2 \cdot J_k \cdot \omega_k \cdot \Omega}{C_\psi - J_\psi \cdot \Omega^2}$ , откуда

$$\Omega^4 - \Omega^2 \left( \frac{C_\psi}{J_\psi} + \frac{C_\phi}{J_\phi} + \frac{4 \cdot J_k^2 \cdot \omega_k^2}{J_\psi \cdot J_\phi} \right) + \frac{C_\phi}{J_\phi} \cdot \frac{C_\psi}{J_\psi} = 0 \text{ или}$$

$\Omega^4 - \Omega^2 (\omega_\psi^2 + \omega_\phi^2 + H^2) + \omega_\psi^2 \cdot \omega_\phi^2 = 0$  – биквадратное уравнение.

$$H^2 = \frac{4 \cdot J_k^2 \cdot \omega_k^2}{J_\psi \cdot J_\phi} \quad \text{а}$$

$H = \frac{2 \cdot J_k \cdot \omega_k}{\sqrt{J_\psi \cdot J_\phi}}$  – коэффициент гироскопической связи.

Корень биквадратного уравнения:

$$\Omega^2 = \omega_\psi^2 + \omega_\phi^2 + H^2 \pm \sqrt{(\omega_\psi^2 + \omega_\phi^2 + H^2)^2 - \omega_\psi^2 \cdot \omega_\phi^2}.$$

Наличие гироскопической связи снижает высшую частоту и повышает низшую частоту, что увеличивает вероятность резонанса.

Ø Рассмотрим влияние дисбаланса колеса.

Радиальная сила, вызванная дисбалансом:

$$F_y = m_k \cdot r_m \cdot \omega_k^2$$

$$F_{гориз} = m_k \cdot r_m \cdot \omega_k^2 \cdot \cos \gamma$$

$$F_{верт} = m_k \cdot r_m \cdot \omega_k^2 \cdot \sin \gamma$$

$$\gamma = \omega_k \cdot t$$

тогда

$$F_{гориз} = m_k \cdot r_m \cdot \omega_k^2 \cdot \cos(\omega_k \cdot t)$$

$$F_{верт} = m_k \cdot r_m \cdot \omega_k^2 \cdot \sin(\omega_k \cdot t)$$

Ø Первоначальный поворот колеса на угол  $\varphi$ , вызванный кинематическим рассогласованием рулевого привода и подвески, вызывает отклонение по  $\psi$ .

*Методы борьбы:*

Стабилизация управляемых колес: отклонение колес от прямого направления должно вызывать появление сил, возвращающих колесо в нейтральное положение.

*Влияющие параметры:*

- Ø Поперечный наклон шкворня эффективен при больших углах поворота, т. е. на малых скоростях;
- Ø Продольный наклон шкворня (кастор) – эффект «рояльной ножки» – скоростная стабилизация (иногда отказываются, т.к. есть следующий...)
- Ø Стабилизация за счет силового увода шин – момент от равнодействующей реакции шины противоположен моменту от боковой силы;
- Ø Весовая стабилизация (продольная симметрия нагрузок на колеса).

## Тема 10. Плавность движения автомобиля

### 10.1. Нормативы

*Плавность движения* – совокупность свойств автомобиля, обеспечивающих ограничение вибронегруженности водителя, пассажиров, грузов, элементов шасси кузова в диапазоне эксплуатационных скоростей на уровне, при котором не возникают неприятные ощущения и быстрая утомляемость у людей и повреждения грузов и элементов конструкции автомобиля.

От плавности движения зависит:

- Комфортность людей;
- Сохранность грузов;
- Надежность автомобиля;
- Средняя скорость движения;
- Производительность автомобиля;
- Себестоимость перевозок.

Нормы вибронегруженности определены в стандартах: ИСО 2631-1:1997 и ГОСТ 12.1.012-90. а также в ОСТ 37.001.275-84 и ОСТ 37.001.291-84.

В международном стандарте ИСО 2631-1:1997 предусмотрено три критерия вибронегруженности человека:

1. «Предел воздействия» – уровень вибраций, при котором еще обеспечивается сохранение здоровья человека. Соответствует примерно половине уровня болевого порога у человека на вибрирующем сидении.

2. «Граница снижения производительности труда от усталости» – уровень вибраций, превышение которого влечет значительное снижение производительности работы водителя.

3. «Порог снижения комфорта» – уровень вибраций, при котором еще можно есть, читать, писать.

*Измерители вибронегруженности:* интенсивность (виброускорение)  $\text{м/с}^2$ , частота Гц; направление; длительность, мин, час.

Человек плохо переносит вертикальные колебания с частотой 4 – 8 Гц и горизонтальные 1 – 2 Гц.

При движении автомобиля можно выделить четыре вида колебаний:

1. Подпрыгивание – вертикальные колебания центра масс;
2. Галопирование – угловые колебания в продольной вертикальной плоскости;

3. Покачивание – угловые колебания в поперечной вертикальной плоскости;
4. Подергивание – колебания в продольной горизонтальной плоскости.

Самыми важными являются 1 и 2.

Жесткость подвески

$$C = dG/df.$$

Часто жесткость упругого элемента постоянна:

$$C = \text{const} = G/f.$$

Но применение подрессорников, пневмоэлементов делает основную характеристику подвески нелинейной.

Упругий элемент нельзя разместить точно по центру колеса. Обычно он расположен где-то на рычагах подвески. Сила, приложенная на конце рычага (на колесе), должна быть уравновешена противоположно направленной ей силой упругого элемента, расположенного на некотором плече:

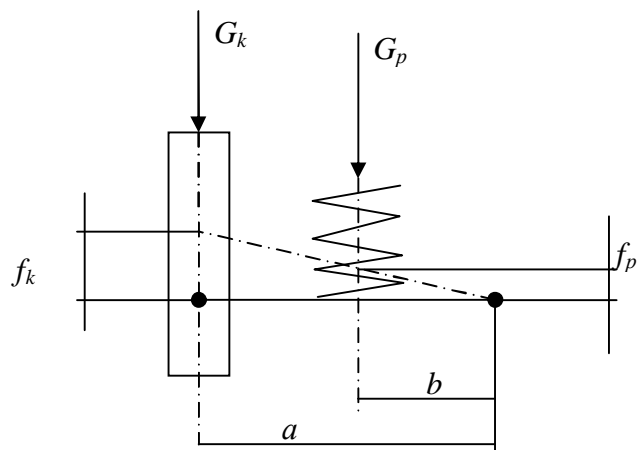
### Приведение жесткости подвески к жесткости колеса

$$C_p = \frac{G_p}{f_p}; \quad C_k = \frac{G_k}{f_k};$$

$$G_k = G_p \cdot \frac{b}{a}; \quad f_k = f_p \cdot \frac{a}{b};$$

$$C_k = \frac{G_p \cdot b \cdot b}{f_p \cdot a \cdot a} = \frac{G_p \cdot b^2}{f_p \cdot a^2};$$

$$C_k = C_p \frac{b^2}{a^2}.$$



Где индексы  $k$  и  $p$  соответствуют колесу и рессоре (упругому элементу)

Торсионная подвеска имеет особенность – у нее нет параметра  $b$ .

$$T_m = G_k a \Leftrightarrow G_k = T_m/a$$

$f_k = a \sin \varphi$  или для малых углов  $f_k = a \varphi$ , тогда

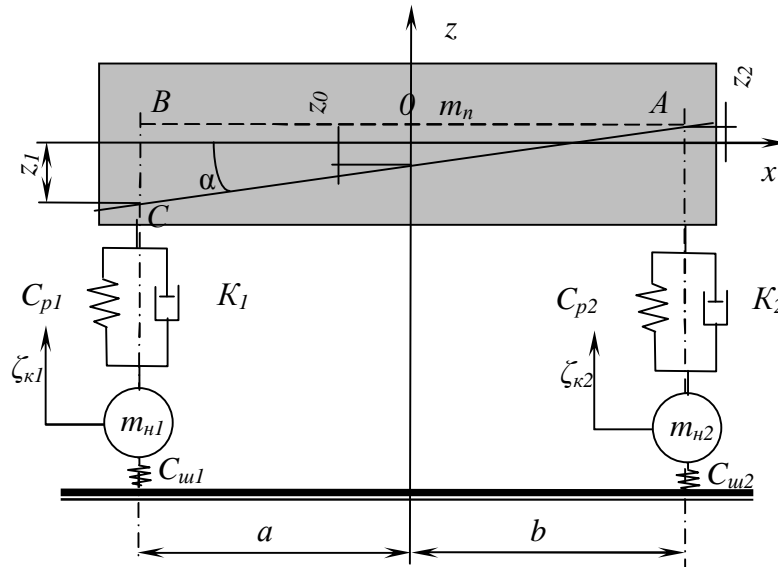
$$C_k = \frac{G_k}{f_k} = \frac{T_m}{a \cdot \varphi \cdot a} = \frac{T_m}{\varphi} \cdot \frac{1}{a^2}; \quad C_k = C_m \cdot \frac{1}{a^2},$$

где индекс  $m$  соответствует торсиону.

ВСЕГДА в расчетах необходимо приводить жесткость упругого эле-

мента к жесткости колеса.

Упрощенная схема автомобиля массой  $m_n$ , имеющий передний и задний неподрессоренные мосты  $m_{н1}$  и  $m_{н2}$ . Выглядит следующим образом.



Число собственных частот колебаний системы равно числу степеней свободы.

$m_n$  имеет возможность колебаться в вертикальной плоскости (1-я ст. свободы) и вращаться вокруг поперечной оси  $OY$  (2-я ст. свободы). Каждый из мостов имеет свою степень свободы (вертикальное перемещение). Таким образом, система имеет 4 степени свободы и, соответственно, 4 собственные частоты колебания автомобиля. Для ее решения необходима система четырех дифференциальных уравнений.

Независимо от метода решения дифференциальных уравнений необходимо сначала сформулировать математическую модель (например, систему четырех диф. уравнений с начальным (вынуждающая сила) и граничными (демпфирование, диссипация) условиями).

Для понимания сути уравнений математической модели в начале рассмотрим колебания только поддрессоренной массы без учета демпфирования (без амортизаторов).

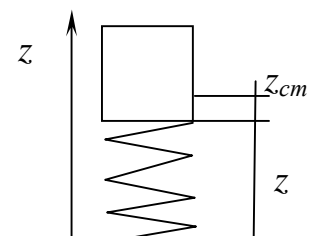
## 10.2. Свободные колебания массы на упругом элементе

Рассмотрим свободные (т.е. *после(!)* возбуждающего толчка) колебания массы.

Сила, развиваемая упругим элементом, пропорциональна его жесткости и прогибу:

$$F_{упр} = C \cdot z.$$

Сила инерции, действующая на массу, пропорциональна ускорению:  $F_a = m \cdot \ddot{z}$  (точки над пере-



ременной означают производную *по времени*).

В статическом состоянии имеем:  $F_{cm} = C \cdot z_{cm}$  ( $F_{cm}$  численно равна  $mg$ ).

Баланс сил имеет вид:

$$m \cdot \ddot{z} - C \cdot z_{cm} + C(z + z_{cm}) = 0 \quad \text{или} \quad m \cdot \ddot{z} + C \cdot z = 0.$$

Приведем уравнение к *каноническому* виду (т.е. старшая производная должна быть без коэффициентов):

$$\ddot{z} + \frac{C}{m} \cdot z = 0.$$

Учитывая  $C/m = \omega^2$  (где  $\omega$  – собственная частота системы), тогда

$$\ddot{z} + \omega^2 \cdot z = 0.$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$K^2 + \omega^2 = 0; \quad K^2 = -\omega^2; \quad K = i \cdot \omega.$$

Решение дифференциального уравнения ищем в виде:

$$z = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t.$$

Из начального условия известно, что при  $t = 0$  перемещения массы нет  $z = 0$ . Откуда  $B = 0$ .

Тогда

$$z = A \cdot \sin \omega t. \quad \dot{z} = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t. \quad \ddot{z} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t. \\ \ddot{z} = -A \cdot \omega^3 \cdot \cos \omega t.$$

### 10.3. Свободные колебания подрессоренной массы двухосного автомобиля без учета затухания и влияния неподрессоренных масс

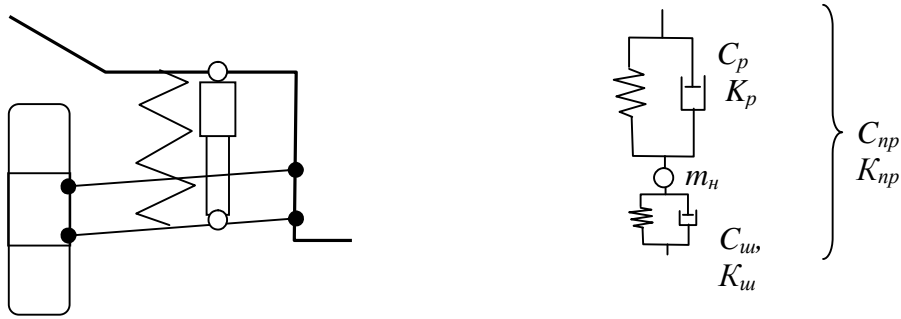
Заменим жесткость рессоры  $C_p$  и жесткость шины  $C_u$  приведенной жесткостью подвески  $C_{np}$ . (Неподрессоренной массой  $m_n$  в первом приближении (в этом параграфе) пренебрегаем.)

#### Приведение жесткостей рессоры и шины

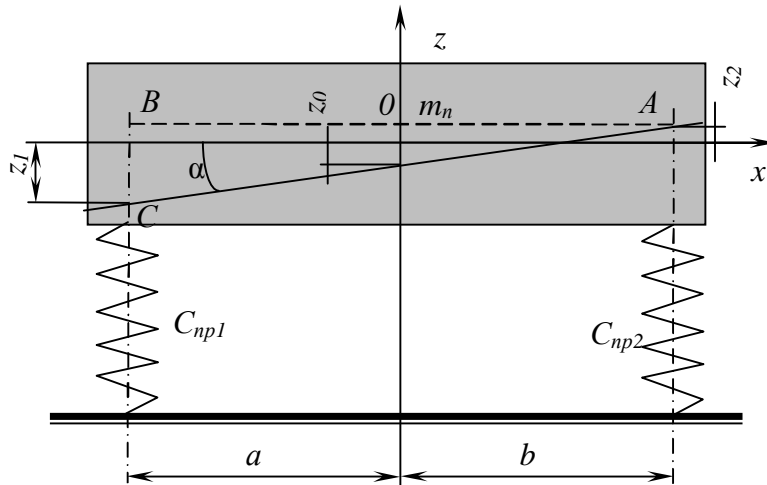
Деформация подвески  $z_{np}$  складывается из деформаций шины  $z_u$  и пружины  $z_p$  под действием внешней силы (подрессоренной массы, неподрессоренную не учитываем):

$$z_{np} = z_u + z_p;$$

$$z_{np} = \frac{G}{C_{np}}; \quad z_u = \frac{G}{C_u}; \quad z_p = \frac{G}{C_p}; \quad z_{np} = \frac{G(C_u + C_p)}{C_u \cdot C_p}$$



Тогда окончательно получим:  $C_{np} = \frac{C_p \cdot C_u}{C_p + C_u}$ .



После таких допущений остается 2 степени свободы: вертикальное перемещение  $z_0$  и поворот  $\alpha$  в продольной вертикальной плоскости. Оба эти движения вызывают изменение прогибов  $z_1$  и  $z_2$  упругих элементов и возникновению сил  $C_{np1} \cdot z_1$  и  $C_{np2} \cdot z_2$  действующих со стороны этих элементов на подрессоренную массу.

*Уравнения сил и моментов запишутся следующим образом*

$$\begin{cases} -m_n \cdot \ddot{z}_0 = C_{np1} \cdot z_1 + C_{np2} \cdot z_2 \\ m_n \cdot \rho_y^2 \cdot \ddot{\alpha} = -C_{np1} \cdot z_1 \cdot a + C_{np2} \cdot z_2 \cdot b, \end{cases}$$

где  $\rho_y = \sqrt{\frac{J_y}{m_n}}$  – радиус инерции подрессоренной массы относительно поперечной оси  $OY$ ;  $J_y$  – момент инерции подрессоренной массы относительно той же оси;  $a$  и  $b$  – расстояние от передней и задней осей до центра подрессоренной массы.

Выразим  $z_0$  и  $\alpha$  через координаты  $z_1$  и  $z_2$ :

Из прямоугольного треугольника  $ABC$

$$\alpha = \arctg \frac{z_1 - z_2}{L} \quad \text{или для малых углов в рад} \quad \alpha = \frac{z_1 - z_2}{L}^* ;$$



Из того же треугольника

$$\frac{z_0 - z_2}{b} = \frac{z_1 - z_2}{a+b} \Rightarrow z_0 = \frac{z_1 \cdot b - z_2 \cdot b}{a+b} + z_2 \Rightarrow z_0 = \frac{z_1 \cdot b - z_2 \cdot b}{a+b} + \frac{z_2 \cdot (a+b)}{a+b} \Rightarrow$$

$$z_0 = \frac{z_1 \cdot b + z_2 \cdot a}{L}.$$

Подставим вторые производные в систему:

$$\begin{cases} -m_n \cdot \frac{z_1 \cdot b + z_2 \cdot a}{L} = C_{np1} \cdot z_1 + C_{np2} \cdot z_2 \\ m_n \cdot \rho_y^2 \frac{z_1 - z_2}{L} = -C_{np1} \cdot z_1 \cdot a + C_{np2} \cdot z_2 \cdot b. \end{cases}$$

Обе части первого уравнения умножим на  $b$ , а левую часть перепишем:

$$-\frac{m_n \cdot b^2}{L} \cdot z_1 - \frac{m_n \cdot a \cdot b}{L} \cdot z_2 = C_{np1} \cdot z_1 \cdot b + C_{np2} \cdot z_2 \cdot b,$$

затем вычтем из второго уравнения и упростим

$$\frac{m_n \cdot b^2}{L} \cdot z_1 + \frac{m_n \cdot a \cdot b}{L} \cdot z_2 + \frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} \cdot z_1 - \frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} \cdot z_2 = -C_{np1} \cdot z_1 \cdot b - C_{np1} \cdot z_1 \cdot a;$$

$$\left( \frac{m_n \cdot b^2}{L} + \frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} \right) \cdot z_1 + \left( -\frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} + \frac{m_n \cdot a \cdot b}{L} \right) \cdot z_2 + (b+a) \cdot C_{np1} \cdot z_1 = 0;$$

$$\frac{m_n}{L} \cdot (b^2 + \rho_y^2) \cdot z_1 + \frac{m_n}{L} \cdot (a \cdot b - \rho_y^2) \cdot z_2 + (b+a) \cdot C_{np1} \cdot z_1 = 0.$$

Вновь первое уравнение системы умножим теперь на  $a$

$$-\frac{m_n \cdot a \cdot b}{L} \cdot z_1 - \frac{m_n \cdot a^2}{L} \cdot z_2 = C_{np1} \cdot z_1 \cdot a + C_{np2} \cdot z_2 \cdot a,$$

затем сложим со вторым уравнением системы и упростим

$$-\frac{m_n \cdot a \cdot b}{L} \cdot z_1 + \frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} \cdot z_1 - \frac{m_n \cdot a^2}{L} \cdot z_2 - \frac{m_n \cdot \rho_y^2}{L} \cdot z_2 = C_{np2} \cdot z_2 \cdot b + C_{np2} \cdot z_2 \cdot a;$$

$$\frac{m_n}{L} \cdot (a \cdot b - \rho_y^2) \cdot z_1 + \frac{m_n}{L} \cdot (a^2 + \rho_y^2) \cdot z_2 - (b+a) \cdot C_{np2} \cdot z_2 = 0.$$

Приведем систему к каноническому виду:

$$\begin{cases} z_1 + \frac{a \cdot b - \rho_y^2}{b^2 + \rho_y^2} \cdot z_2 + \frac{C_{np1} \cdot L^2}{(b^2 + \rho_y^2) \cdot m_n} \cdot z_1 = 0 \\ z_2 + \frac{a \cdot b - \rho_y^2}{a^2 + \rho_y^2} \cdot z_1 - \frac{C_{np2} \cdot L^2}{(a^2 + \rho_y^2) \cdot m_n} \cdot z_2 = 0. \end{cases}$$

Введем обозначения:

$$\frac{a \cdot b - \rho_y^2}{b^2 + \rho_y^2} = \eta_1; \quad \frac{a \cdot b - \rho_y^2}{a^2 + \rho_y^2} = \eta_2; \quad \frac{C_{np1} \cdot L^2}{(b^2 + \rho_y^2) \cdot m_n} = \omega_1^2; \quad \frac{C_{np2} \cdot L^2}{(a^2 + \rho_y^2) \cdot m_n} = \omega_2^2.$$

Тогда система примет вид:

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 + \eta_1 \cdot \ddot{z}_2 + \omega_1^2 \cdot z_1 = 0 \\ \ddot{z}_2 + \eta_2 \cdot \ddot{z}_1 - \omega_2^2 \cdot z_2 = 0 \end{cases} \quad \text{– мат. модель колебания массы на двух упругих}$$

**элементах без амортизаторов**

Система является «связанной», т.к. в каждое из уравнений входят два ускорения по  $z_1$  и  $z_2$ . Это проявляется в том, что колебания передней и задней части автомобиля представляет собой сумму двух синусоидальных колебаний с различными амплитудами и частотами, зависящими от параметров обеих подвесок.

После решения получим *низкую и высокую собственные частоты* системы:

$$\Omega_{н,в} = \sqrt{\frac{I}{2 \cdot (I - \eta_1 \cdot \eta_2)}} \left[ (\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \omega_2^2} \right].$$

Если  $\eta_1 \cdot \eta_2 = 0$ , то  $\Omega_n = \omega_2$ ;  $\Omega_v = \omega_1$  – гармонические колебания точки В и А соответственно. Чем больше  $\eta_1 \cdot \eta_2$ , тем больше взаимное влияние подвесок.  $\eta_1 \cdot \eta_2 = 0$ , если  $a \cdot b = \rho_y^2$ .

Вводят коэффициент распределения подрессоренных масс  $\varepsilon_y = \frac{\rho_y^2}{a \cdot b}$ .

Для большинства полностью груженых автомобилей (легковых и грузовых)  $a \cdot b$  отличается от  $\rho_y^2$  не более, чем на  $\pm 20\%$ .

Если  $\varepsilon_y = 0,8 \dots 1,2$ , то собственные частоты подвесок (в данном случае равные парциальным\*) можно найти следующим образом

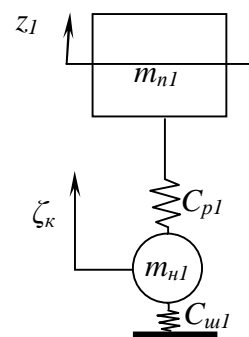
$$\omega_1^2 \approx \frac{C_{np1}}{m_{n1}}; \quad \omega_2^2 \approx \frac{C_{np2}}{m_{n2}}.$$

\* Парциальная частота – это частота колебаний сложной системы, если все степени свободы, кроме одной, устранены.

#### 10.4. Свободные колебания подрессоренной и непрорессоренных масс двухосного автомобиля без учета затухания

Рассмотрим автомобиль, у которого взаимное влияние подрессоренных масс не велико т.е.  $\varepsilon_y \approx 1$ . Тогда можно рассматривать только одну из подвесок, не обращая внимания на влияние другой.

Уравнения движения подрессоренной и непрорессоренной масс запишем в следующем виде:



$$\begin{cases} m_{n1} \cdot \ddot{z} + C_{p1} \cdot (z - \zeta) = 0 \\ m_{n1} \cdot \ddot{\zeta} - C_{p1} \cdot (z - \zeta) + C_{u1} \cdot \zeta = 0 \end{cases}$$

Раскроем скобки и приведем к каноническому виду:

$$\begin{cases} \ddot{z} + \omega_0^2 \cdot z - \omega_0^2 \cdot \zeta = 0 \\ \ddot{\zeta} - \omega_n^2 \cdot \zeta + \omega_k^2 \cdot z = 0 \end{cases}$$

– **мат.модель колебания подвески без амортизатора.**

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{n1}}}$  – парциальная частота подрессоренной массы (колесо жестко прикреплено к полу – шина в колебаниях не участвует!!!);

$\omega_n = \sqrt{\frac{C_{p1} + C_{u1}}{m_{n1}}}$  – парциальная частота **не**подрессоренной массы (подвески), т.е. при зафиксированном от колебаний кузове автомобиля;

$\omega_k = \sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{n1}}}$  – парциальная частота **не**подрессоренной массы ( $C_{u1} \hat{=} 0$ ).

Следует заметить, что жесткость шин значительно больше жесткости упругого элемента (рессоры):  $C_{u1}/C_p = 4...20$ . Большие цифры соответствуют автомобилям с очень мягкой подвеской (представительские авто).

Корни характеристических уравнений характеризуют низкую и высокую частоту колебаний подрессоренной массы

$$\Omega_{0,k} = \sqrt{0,5 \cdot \left[ (\omega_k^2 + \omega_0^2) \pm \sqrt{(\omega_k^2 + \omega_0^2)^2 - 4 \cdot (\omega_k^2 - \omega_n^2) \cdot \omega_0^2} \right]}.$$

Если  $C_{u1}/C_p$  существенно, тогда  $(\omega_k^2 - \omega_n^2) \hat{=} 0$ , и тогда собственные частоты колебаний подрессоренной и неподрессоренной масс часто принимают равными их парциальным частотам:

$$\Omega_0 \approx \omega_p = \sqrt{\frac{C_p}{m_n}} \quad \text{и} \quad \Omega_k \approx \omega_n = \sqrt{\frac{C_p + C_{u1}}{m_n}}.$$

Решение системы имеет вид:

$$\begin{cases} z = z' \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + z'' \cdot \cos(\Omega_k \cdot t) \\ \zeta = \zeta' \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + \zeta'' \cdot \cos(\Omega_k \cdot t), \end{cases}$$

где  $z', z''$  – амплитуда колебаний  $m_n$  с частотой соответственно  $\Omega_0$  и  $\Omega_k$ ;  $\zeta', \zeta''$  – амплитуда колебаний  $m_n$  с частотой соответственно  $\Omega_0$  и  $\Omega_k$ .

Замечена связь между статическим прогибом подвески и ее собственной частотой колебаний: установим эту связь.

Статический прогиб подвески прямо пропорционален подрессоренному весу:

$$f_{cm} = \frac{m_n \cdot g}{C_p} \quad \Leftrightarrow C_p = \frac{m_n \cdot g}{f_{cm}}. \text{ Тогда } \Omega_0 = \sqrt{\frac{C_p}{m_n}} = \sqrt{\frac{g}{f_{cm}}}, g = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

$$\Omega_0 = \frac{3,13}{\sqrt{f_{cm}}} \quad n = \Omega_0 \cdot \frac{30}{\pi} = \frac{29,91}{\sqrt{f_{cm}}} \approx \frac{30}{\sqrt{f_{cm}}}.$$

Если  $f_{cm}$  выразить в сантиметрах, то получим

$$n = \frac{300}{\sqrt{f_{cm}}}.$$

*Замечание:* Так как при расчете  $\Omega_0$  не учитывали неподрессоренную массу и жесткость шин, то собственная частота колебаний кузова получается несколько завышена. Однако если  $C_{ul}/C_p > 2$  и  $m_n/m_n > 4$ , то погрешность не превышает 1 %.

Учитывая, что комфортная частота колебаний 1...1,5 Гц, получим статический прогиб подвески:

$$f_{cm} = \frac{g}{\Omega_0^2} \cdot f_{cm} = 9,81 \cdot \left( \frac{\pi}{(1,5) \cdot 30} \right)^2 = 0,107 \dots 0,048 \text{ м.}$$

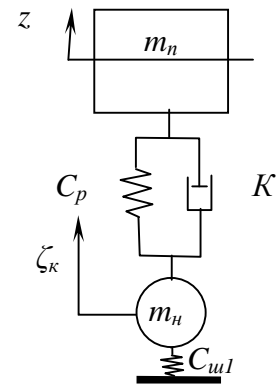
*Вывод:* Чем меньше статический прогиб подвески, тем жестче подвеска (тем больше трясет).

### 10.5. Свободные колебания подрессоренной и неподрессоренных масс двухосного автомобиля с учетом затухания

Подвеска реального автомобиля (как колебательная система) имеет упругий элемент (рессору, пружину) и целый ряд демпферов (трение во втулках сайлентблоков, между листами рессоры, внутреннее трение (нагрев) шин и т.д. и т.п.). Поэтому колебания подвески даже без амортизатора являются затухающими. Однако рассеяние энергии в амортизаторе существенно больше, поэтому будем учитывать только его.

По-прежнему рассматриваем автомобиль, у которого взаимное влияние подрессоренных масс **не велико т.е.  $\varepsilon_y \approx 1$** , что позволяет рассматривать только одну из подвесок, не обращая внимания на влияние другой.

В первом приближении будем считать, что сила сопротивления амортизатора линейно зависит от скорости его работы ( $\&-\&$ ). Тогда движение подрессоренной массы опишем уравнением:



$$m_n \cdot \ddot{z} + K \cdot (z - \zeta) + C_p \cdot (z - \zeta) = 0;$$

Движение неподдресоренной массы:

$$m_n \cdot \ddot{\zeta} - K \cdot (z - \zeta) - C_p \cdot (z - \zeta) + C_{us} \cdot \zeta = 0.$$

$K$  – коэффициент неупругого сопротивления подвески (коэффициент рассеяния энергии), Н·с/м (численно равен *силе* сопротивления амортизатора *при скорости* движения штока 1 м/с).

Приведем оба уравнения к каноническому виду. При этом введем замену  $h_0 = \frac{k}{m_n}$  и  $h_k = \frac{k}{m_n}$ , которые назовем парциальными коэффициентами сопротивления подвески ( $\text{с}^{-1}$ ), также подставим парциальные частоты:

$$\begin{cases} \ddot{z} + h_0 \cdot \dot{z} + \omega_0^2 \cdot z - h_0 \cdot \ddot{\zeta} - \omega_0^2 \cdot \zeta = 0 \\ \ddot{\zeta} + h_k \cdot \dot{\zeta} + \omega_n^2 \cdot \zeta - h_k \cdot \ddot{z} - \omega_k^2 \cdot z = 0 \end{cases}$$

– **мат. модель затухающих колебаний подвески.**

Учитывая слабую связанность колебательных процессов (из-за существенной разницы жесткостей шины и рессоры) последними двумя членами в обоих уравнениях можно пренебречь. Тогда характеристические уравнения уравнений и его корни (для положительного дискриминанта) будут иметь вид:

$$\begin{cases} s^2 + h_0 \cdot s + \omega_0^2 = 0 \\ s_1^2 + h_k \cdot s_1 + \omega_n^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = -0,5 \cdot h_0 \pm 0,5 \cdot i \cdot \sqrt{4 \cdot \omega_0^2 - h_0^2} \\ s_1 = -0,5 \cdot h_k \pm 0,5 \cdot i \cdot \sqrt{4 \cdot \omega_n^2 - h_k^2} \end{cases}$$

Таким характеристическим уравнениям соответствуют следующие решения:

$$\begin{cases} z = (c_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + c_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)) \cdot e^{-0,5 \cdot h_0 \cdot t} \\ \zeta = (c_1' \cdot \cos(\omega_k' \cdot t) + c_2' \cdot \sin(\omega_k' \cdot t)) \cdot e^{-0,5 \cdot h_k \cdot t}, \end{cases}$$

где  $\omega = 0,5 \cdot \sqrt{4 \cdot \omega_0^2 - h_0^2} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \psi_0^2}$  – частота колебаний подрессоренной массы с учетом затухания;  $\psi_0 = \frac{h_0}{2 \cdot \omega_0}$  – относительный коэффициент затухания колебаний подрессоренной массы;  $\omega_k'$  и  $\psi_k$  – то же для неподдресоренной массы.

Константы  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_1'$  и  $c_2'$  зависят от начальных условий.

Произведем замену

$$\begin{cases} c_1 = A_z \cdot \sin \varphi_0; \\ c_2 = A_z \cdot \cos \varphi_0; \\ c_1' = A_\zeta \cdot \sin \varphi_\kappa; \\ c_2' = A_\zeta \cdot \cos \varphi_\kappa; \end{cases} \quad \text{где} \quad \begin{cases} A_z = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}; \\ A_\zeta = \sqrt{(c_1')^2 + (c_2')^2}, \end{cases}$$

где  $\varphi_0$  и  $\varphi_\kappa$  – начальный фазовый угол колебаний соответственно подрессоренной и непрессоренной масс;  $A_z$ ,  $A_\zeta$  – начальная амплитуда колебаний соответственно подрессоренной и непрессоренной масс

После подстановки в решение получим

$$\begin{cases} z = A_z \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \cdot e^{-0.5 \cdot h_0 \cdot t} \\ \zeta = A_\zeta \cdot \sin(\omega_\kappa' \cdot t + \varphi_\kappa) \cdot e^{-0.5 \cdot h_\kappa \cdot t} \end{cases}$$

– решение мат. модель затухающих колебаний подвески.

Экспонента характеризует затухание колебаний. Величина  $e^x$  определяет знаменатель  $p$  геометрической прогрессии.

Затухание за один период  $2\pi$  характеризуется *логарифмическим декрементом затухания*  $\delta$ :

$$\delta = 2 \cdot \pi \cdot \psi_0 \cdot (e^\delta - 1) \quad (\text{просто) декремент затухания}).$$

У современных автомобилей  $\psi_0 = 0,15 \dots 0,25$ ;  $\psi_\kappa = 0,25 \dots 0,45$ .

У гидропневматической подвески  $\nu = 0,5 \dots 0,8$  Гц, поэтому задают  $\psi_0 = 0,6 \dots 0,4$ .

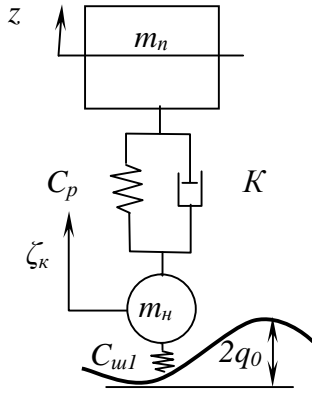
**Пример:** относительный коэффициент затухания колебаний подрессоренной массы  $\psi_0 = 0,2$ ; тогда логарифмическим декрементом затухания  $\delta = 2 \cdot \pi \cdot 0,2 = 1,2566$ ; знаменатель прогрессии  $p = e^{1,2566} = 3,5136$ . Т.е. через один цикл колебания амплитуда уменьшится в 3,5136 раза. После второго колебания – в  $3,5136^2$  раза и т.д.

## 10.6. Вынужденные колебания подрессоренной и непрессоренных масс двухосного автомобиля с учетом затухания

По-прежнему рассматриваем автомобиль, у которого взаимное влияние подрессоренных масс **не велико т.е.**  $\varepsilon_y \approx 1$ , что позволяет рассматривать только одну из подвесок, не обращая внимания на влияние другой.

В первом приближении представим неровности дороги в синусоидальном виде (любые вынужденные колебания можно разложить в гармонический ряд).

Допустим, что контакт колеса с дорогой происходит только в одной



точке (справедливо для небольших неровностей, которые автомобиль обычно переезжает на большой скорости – это, собственно, нас и интересует). Тогда текущая координата волны, в которой происходит контакт колеса с дорогой обозначим  $q$ :

$$q = q_0 \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi x}{l_g} \right) \right],$$

$q_0$  – амплитуда волны;  $x$  – абсцисса точки с вертикальной координатой  $q$ ;  $l_g$  – длина волны.

При равномерном движении  $x = V \cdot t$  получим:

$$q = q_0 \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{l_g} \right) \right] = q_0 [1 - \cos(v \cdot t)],$$

где  $v = 2\pi \cdot V / l_g$  – частота возмущающей силы

В п. 10.5 получена мат. модель затухающих колебаний подвески:

$$\begin{cases} m_n \ddot{z} + h_0 \dot{z} + \omega_0^2 \cdot z - h_0 \dot{\zeta} - \omega_0^2 \cdot \zeta = 0; \\ m_k \ddot{\zeta} + h_k \dot{\zeta} + \omega_n^2 \cdot \zeta - h_k \dot{z} - \omega_k^2 \cdot z = 0. \end{cases}$$

Для проведения анализа упростим модель – избавимся от одной из степеней свободы путем приведения жесткостей упругих элементов, допустив независимость колебаний масс  $m_n$  и  $m_n$ :

$$m_n \ddot{z} + k(z - q) + C_{np}(z - q) = 0.$$

Подставим  $q$  и приведем уравнение к каноническому виду:

$$\ddot{z} + h_0 \dot{z} + \omega_0^2 \cdot z = Q_0 \left[ \frac{h_0 v}{\omega_0^2} \sin(vt) + 1 - \cos(vt) \right],$$

где  $h_0 = \frac{k}{m_n}$ ;  $\omega_0^2 = \frac{C_{np}}{m_n}$ ;  $Q_0 = \frac{q_0 \cdot C_{np}}{m_n} = q_0 \cdot \omega_0^2$ .

Общее решение найдено как сумма решений однородного (левая часть) уравнения и частного решений:

$$z = \underbrace{[c_1 \sin(\omega_1 t) + c_2 \cos(\omega_1 t)] \cdot e^{-0.5h_0 t}}_I + \underbrace{q_0 + z_a \sin(vt + \varphi_v)}_II.$$

Часть I – затухающие колебания. Часть II – не затухающие, установившиеся колебания. Частью I можно пренебречь.

Тогда после преобразования получим

$$z_a = q_0 \omega_0 \sqrt{\frac{4\psi_0^2 \cdot v^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - v^2)^2 + 4\psi_0^2 \cdot v^2 \cdot \omega_0^2}}$$

– частное решение мат. модели установившихся вынужденных колебаний;

$$\varphi_v = -\arctg\left(\frac{\omega_0^2 - v^2 + 4\psi_0^2 \cdot v^2}{2\psi_0^2 \cdot v^3} \omega_0\right) - \text{фазовый угол.}$$

Проведем анализ.

Для удобства заменим  $z_v = z_a/q_0$ , тогда

$$z_v = \omega_0 \sqrt{\frac{4\psi_0^2 \cdot v^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - v^2)^2 + 4\psi_0^2 \cdot v^2 \cdot \omega_0^2}}.$$

Зависимость амплитуды колебаний подрессоренной массы от частоты вынуждающей силы имеет две характерные резонансные точки:  $v = \omega_0$  и  $v = \omega_k$ . При отыскании решения мат модели мы допустили независимость колебаний масс  $m_n$  и  $m_h$ . Это справедливо лишь для  $v = (0...0,5) \omega_k$ . Тогда, учитывая  $\omega_0 \ll \omega_k$  первый резонанс мы можем достоверно анализировать по зависимости  $z_v$ .

При  $v = \omega_0$  получим

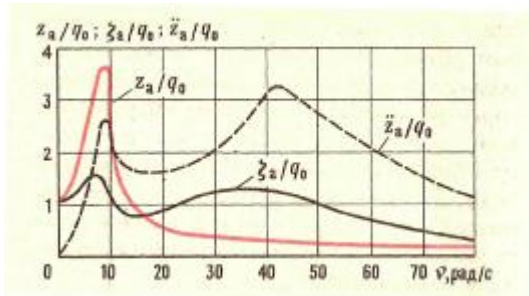
$$z_v = \frac{0,5\sqrt{4\psi_0^2 + 1}}{\psi_0}.$$

Мы знаем, что  $\psi_0 = 0,15...0,25$ . Тогда  $z_v = 3,48 \dots 2,23$ .

При  $v = \omega_k$  зависимость  $z_v$  существенно занижает результат. Для корректировки  $z_v$  нужно умножить на коэффициент:

$$z_v = \omega_0 \sqrt{\frac{4\psi_0^2 \cdot v^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - v^2)^2 + 4\psi_0^2 \cdot v^2 \cdot \omega_0^2}} \cdot \frac{\omega_k^2}{\sqrt{(\omega_k^2 - v^2)^2 + 4\psi_k^2 \cdot v^2 \cdot \omega_k^2}}.$$

Поправочный коэффициент при  $v = \omega_k$  имеет вид  $1/(2 \cdot \psi_k \cdot v)$ .



Учитывая  $\psi_k = 0,25...0,45$ , получим поправочный коэффициент  $2/\omega_k \dots 1,11/\omega_k$ .

– Амплитудно-частотная характеристика грузового автомобиля (АЧХ)

Итак,

**Исходные данные, необходимые для составления АЧХ:**  $\omega_0, \omega_k, \psi_0, \psi_k$ :

$\omega_0, \omega_k$  – парциальные частоты колебаний подрессоренной и неподрессоренной масс:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_p}{m_n}} \text{ и } \omega_k = \sqrt{\frac{C_p}{m_h}};$$

$C_p, m_h, m_n$  – жесткость рессоры и соответствующие массы;

$\psi_0, \psi_k$  – относительный коэффициент затухания колебаний подрессоренной и неподрессоренной масс:



$$\Psi_0 = \frac{h_0}{2 \cdot \omega_0} \text{ и } \Psi_\kappa = \frac{h_\kappa}{2 \cdot \omega_\kappa};$$

$h_0, h_\kappa$  – парциальные коэффициенты сопротивления подвески:

$$h_0 = \frac{k}{m_n} \text{ и } h_\kappa = \frac{k}{m_n};$$

$K$  – коэффициент неупругого сопротивления подвески (коэффициент рассеяния энергии).

*Выводы:*

1. Установившиеся (без учета части  $I$ , см. мат. модель выше) вынужденные колебания происходят с частотой возмущающей силы. Частота от наличия амортизатора и его характеристик не зависит.
2. **Амплитуда** установившихся вынужденных колебаний **не зависит** от времени и от начальных условий. Наличие амортизатора не делает колебания затухающими, а амплитуда колебаний с течением времени не меняется.
3. **Амплитуда** установившихся вынужденных колебаний подрессоренной массы **зависит** от соотношения между собственной частотой  $\Omega_0$  ( $\approx$  парциальной  $\omega_0$ ) и частотой возмущений  $\nu$ .
4. Наибольшая амплитуда колебаний достигается при резонансе. Частота низкочастотного резонанса чуть меньше  $\omega_0$  – менее чем на 1 %. Наличие амортизатора несколько увеличивает этот процент.
5. **Амортизатор** создает смещение фаз перемещений относительно вынуждающей силы, причем величина сдвига зависит от вынуждающей частоты.
6. **Амортизатор** уменьшает все амплитуды: перемещений, виброскоростей и виброускорений (увеличение  $\Psi_0$  в интервале 0,2 ... 0,4 уменьшает  $z$  и  $z''$  почти в два раза).
7. Из АЧХ видно, что:
  - a. амплитуда колебаний подрессоренной массы имеет один экстремум – при низкочастотном резонансе;
  - b. амплитуда колебаний неподрессоренной массы имеет 2 экстремума – при низкочастотном и высокочастотном резонансе;
  - c. амплитуда виброускорений подрессоренной массы также имеет 2 экстремума, смещенных по фазе относительно колебаний неподрессоренной массы.
8. Частота возмущений зависит от скорости автомобиля и длины  $l_g$ .

## Библиографический список

1. Кравец В. Н. Законодательные и потребительские требования к автомобилям / В. Н. Кравец, Е. В. Горынин. – Нижний Новгород: НГТУ, – 2002. – 400 с.
2. Кравец В. Н. Теория автомобиля: учеб. Пособие / В. Н. Кравец. – Нижний Новгород: НГТУ, – 2007. – 368 с.
3. Тарасик В. П. Теория движения автомобиля: Учебник для вузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.
4. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, – 1981. – 704 с.
5. Автомобильный справочник. *Bosch*. М.: ЗАО КЖИ «За рулем», 2002. – 896 с.
6. Раймпель Й. Шасси автомобиля: Конструкция подвески / Пер. с нем. В.П. Агапова. – М.: Машиностроение, 1989. – 328 с.

Учебное издание  
**ХУСАИНОВ** Альберт Шамилевич  
**СЕЛИФОНОВ** Валерий Викторович

**Теория автомобиля. Конспект лекций.**

Редактор Н.А. Евдокимова

Подписано в печать . . . 2008. Формат 60×84/16.  
Бумага тип. № 1. Печать трафаретная. Усл. печ. л.  
Тираж 100 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет  
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.  
Типография УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.